Ionut Cristian Scurtu

# MECANICA FLUIDELOR.

## Note de curs

ISBN 978-606-95069-7-4

Technium Press
2022

# Notiuni introductive

# Cuprins

- Generalităţi.
- Modele de fluid.
- Proprietăţile fizice comune fluidelor.
- Aplicatii.

# Generalităţi

Mecanica fluidelor studiază legile de echilibru şi mişcarea acestora, precum şi interacţiunea lor când intră în contact cu corpurile solide. Mecanica fluidelor se împarte în trei părţi:

-Statica fluidelor
-Cinematica fluidelor
-Dinamica fluidelor

# Generalităţi

- Fluidele sunt studiate în Mecanica fluidelor ca medii continue, omogene şi izotrope.

# Modelele de fluid

- Fluid uşor (fără greutate)
- Fluid ideal (lipsit de vâscozitate, modelul Euler)
- Fluid vâscos (modelul Newton)
- Fluid incompresibil (fără variaţii de volum la variaţii de presiune, modelul Pascal)

# Proprietățile fizice comune fluidelor

1.Densitatea:
Densitatea într-un punct oarecare al fluidului se defineşte ca fiind masa unităţii de volum.

2. Greutatea specifică:

- Greutatea specifică este proprietatea fluidelor de care depinde mărimea forţelor masice sau volumice şi se defineşte ca greutate a unităţii de volum

3. Compresibilitatea izotermică

- Compresibilitatea izotermică este proprietatea fluidelor de a-şi modifica volumul sub acţiunea variaţiei de presiune, la temperatură constantă.

# 4.Vâscozitatea

Vâscozitatea este proprietatea fluidelor de a se opune modificării formei lor generată de mişcarea relativă a particulelor de fluid

# Aplicatii.

# Compresoare

Sunt mașini care cresc presiunea în același timp în care deplasează anumite fluide compresibile, cum ar fi gazele. În acest fel îi forțează să curgă, în timp ce câștigă energie care poate fi utilizată pentru a face lucrări mecanice

# Presa hidraulică

Este o mașină care constă dintr-un tub cu două secțiuni transversale diferite, umplute cu un fluid incompresibil. Când o forță este aplicată unui piston în secțiunea îngustă, aceasta este înmulțită la ieșirea unui piston mai mare în secțiunea largă.

# Turbine

Mașini care utilizează un fluid pentru a roti palele sau elicele, care efectuează și lucrări mecanice.

# CINEMATICA FLUIDELOR

# CUPRINS:

- Definiție şi obiect.
- Metode de studiu în mişcarea fluidelor.
- Probleme.
- Concluzie.

- Cinematica fluidelor studiază mişcarea acestora fără a lua în considerare forțele care determină mişcarea. Se ține cont numai de proprietățile geometrice ale mişcării. Acest studiu este valabil, atât pentru fluidele ideale cât şi pentru cele reale. Studiul cinematicii fluidelor se bazează pe ipoteza continuității acestuia.

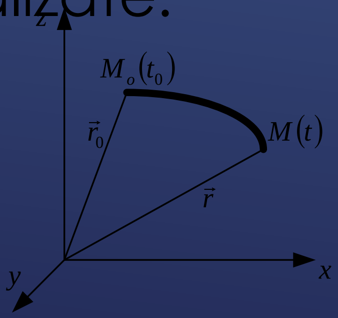
# DEFINIȚIE ȘI OBIECT:

# METODE DE STUDIU ÎN MIŞCAREA FLUIDELOR:

- Metoda LAGRANGE:

-În metoda Lagrange fiecare particulă de fluid este urmărită în mişcarea sa, începând de la un moment inițial t0.

-Metoda Lagrange este rar utilizată şi se foloseşte numai în cazul mişcării unei particule de fluid individualizate.




Metoda EULER:

-Această metodă determină elementele mişcării tuturor particulelor care trec printr-un punct din spaţiu, funcţie de timp. Deci, metoda studiază câmpul vitezelor în punctele din spaţiul fluid în mişcare şi variaţia acestora în timp.

# Problemă:

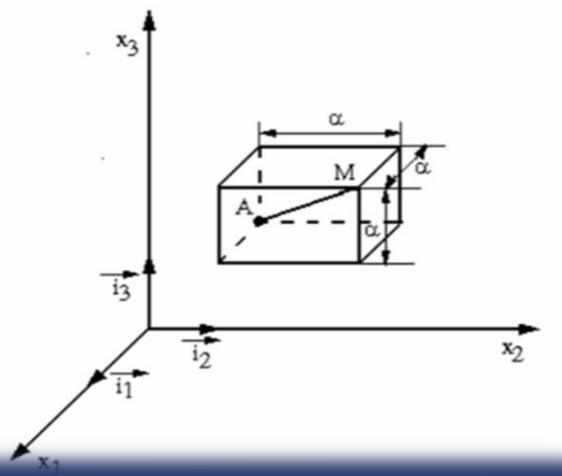
În raport cu un reper cartezian, viteza unui fluid este:

$\vec{v} = x_1^2 x_2 \vec{i_1} + x_1 x_2^2 \vec{i_2} + x_2 x_3 \vec{i_3}$

În punctul A(1,1,1) ca vârf, se consideră un cub cu muchia α, ca în figura 3.1. Se cere să se determine viteza în vârful opus M al cubului, în două variante:

a) folosind relația: $\vec{v} = v_1 \vec{i_1} + v_2 \vec{i_2} + v_3 \vec{i_3}$;

b) folosind relația: $\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{\omega}_A \times \overrightarrow{AM} + \nabla\phi$




$v_1=x_1^2x_2$; $v_2=x_1x_2^2$; $v_3=x_2x_3$.

Se calculează viteza punctului M(1+α, 1+ α, 1+ α) cu relația din enunț:

$$\vec{v}_M = (1+\alpha)^2(1+\alpha)\vec{i}_1 + (1+\alpha)(1+\alpha)\vec{i}_2 + (1+\alpha)(1+\alpha)\vec{i}_3 = (1+\alpha)^3\vec{i}_1 + (1+\alpha)^3\vec{i}_2 + (1+\alpha)^2\vec{i}_3$$

b) Se evaluează fiecare termen al relației Cauchy-Helmholtz

$$\vec{v}_A = x_1^2x_2\vec{i}_1 + x_1x_2^2\vec{i}_2 + x_2x_3\vec{i}_3 = \vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3$$

$$\vec{\omega}_A = \frac{1}{2}\operatorname{rot}\vec{v}_A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1^2x_2 & x_1x_2^2 & x_2x_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left[x_3\vec{i}_1 + \left(x_2^2 - x_1^2\right)\vec{i}_3\right] = \frac{1}{2}\cdot 1\vec{i}_1 + \frac{1}{2}(1-1)\vec{i}_3 = \frac{1}{2}\vec{i}_1$$

$$\overrightarrow{AM} = \alpha\vec{i}_1 + \alpha\vec{i}_2 + \alpha\vec{i}_3$$

$$\vec{\omega} \times A\vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{i}_1 & \vec{i}_2 & \vec{i}_3 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \alpha & \alpha & \alpha \end{vmatrix} = -\frac{\alpha}{2}\vec{i}_2 + \frac{\alpha}{2}\vec{i}_3 = \frac{\alpha}{2}\left(\vec{i}_3 - \vec{i}_2\right)$$

$\Phi_A$ se calculează cu relațiile (3.2) și (3.3), unde:

$$a_{11}^A = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_1}\right) = \frac{1}{2}(2x_1x_2 + 2x_1x_2) = 2x_1x_2\big|_A = 2$$

$$a_{22}^A = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2}\right) = \frac{1}{2}(2x_1x_2 + 2x_1x_2) = 2x_1x_2\big|_A = 2$$

$$a_{33}^A = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_3}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3}\right) = \frac{1}{2}(x_2 + x_2) = x_2\big|_A = 1$$

$$a_{12}^A = a_{21}^A = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right) = \left(x_1^2 + x_2^2\right]_A = 1$$

$$a_{13}^A = a_{31}^A = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right) = 0$$

$$a_{23}^A = a_{32}^A = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2}\right) = \frac{1}{2}x_3\Big|_A = \frac{1}{2}$$

$X_1=X_2=X_3=\alpha$

$$\phi_A = a_{11}X_1^2 + a_{22}X_2^2 + a_{33}X_3^2 + 2\left(a_{12}X_1X_2 + a_{13}X_1X_3 + a_{23}X_2X_3\right) =$$

$$= 2\alpha^2 + 2\alpha^2 + \alpha^2 + 2\left(\alpha^2 + \frac{1}{2}\alpha^2\right) = 8\alpha^2$$

$$\nabla\phi_A = \frac{\partial\phi_A}{\partial x_1}\vec{i}_1 + \frac{\partial\phi_A}{\partial x_2}\vec{i}_2 + \frac{\partial\phi_A}{\partial x_3}\vec{i}_3 = \left(a_{11}^AX_1 + a_{12}^AX_2 + a_{13}^AX_3 +\right)\vec{i}_1 +$$

$$\left(a_{21}^AX_1 + a_{22}^AX_2 + a_{23}^AX_3 +\right)\vec{i}_2 + \left(a_{31}^AX_1 + a_{32}^AX_2 + a_{33}^AX_3 +\right)\vec{i}_3 = 3\alpha\vec{i}_1 + 3{,}5\alpha\vec{i}_2 + 1{,}5\alpha\vec{i}_3$$

Rezultă:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{\omega}_A \times A\vec{M} + \nabla\phi = \vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3 + \frac{\alpha}{2}\left(\vec{i}_3 - \vec{i}_2\right) + 3\alpha\vec{i}_1 + 3{,}5\alpha\vec{i}_2 + 1{,}5\alpha\vec{i}_3 =$$

$$= (1+3\alpha)\vec{i}_1 + (1+3\alpha)\vec{i}_2 + (1+2\alpha)\vec{i}_3$$

- Cinematica este studiul mecanicii fluidelor despre mișcările fluidelor, cum ar fi translația, rotativul sau deformarea.
- Aici, fluidul curge, deci putem lua un exemplu de fluid care curge în râu, canal etc.

# APLICAȚII

- Cinematica fluidelor este o ramură a mecanicii fluidelor foarte importanta deoarece prin ea studiem mişcarea tuturor fluidelor fie ele ideale sau adevărate.

# CONCLUZII:

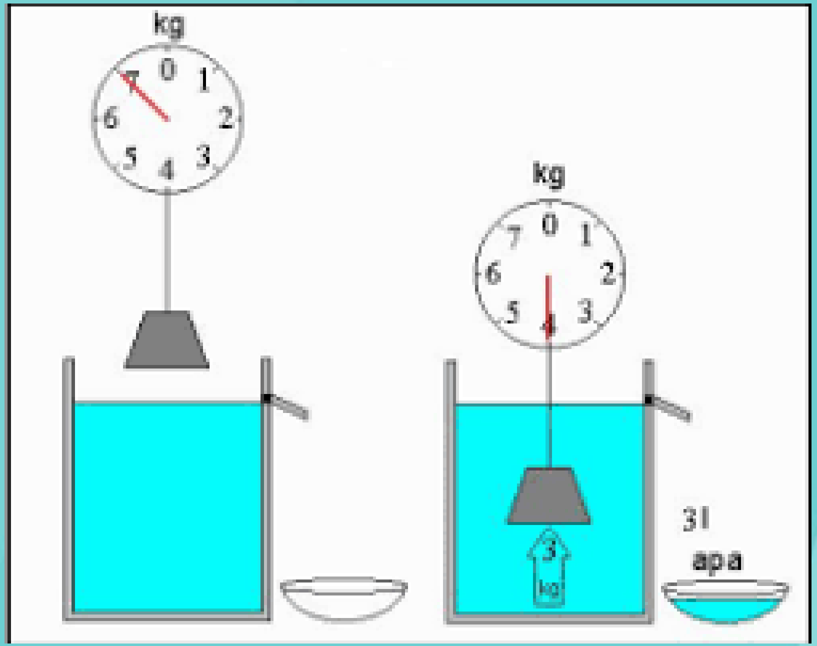
# PLUTIREA CORPURILOR

# CUPRINS:



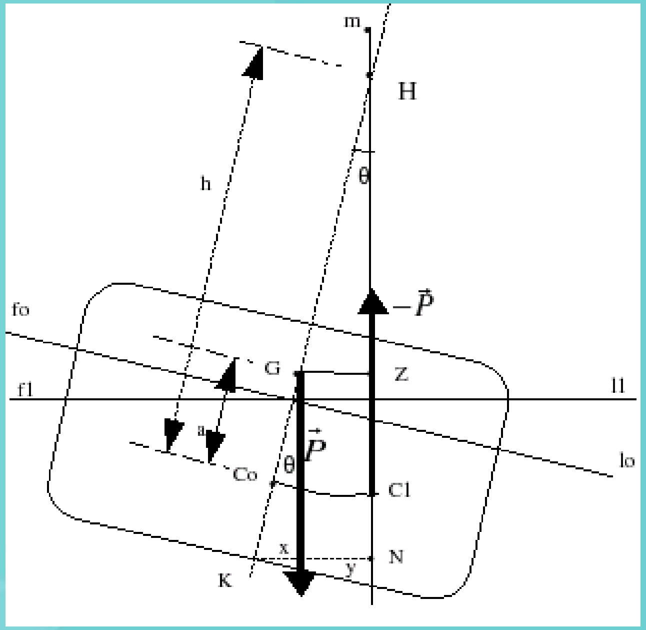
# LEGEA LUI ARHIMEDE

Legea lui Arhimede sau principiul lui Arhimede este o lege a hidrostaticii, care afirmă că *un corp scufundat într-un fluid este împins de către fluid, de jos în sus, cu o forță egală cu greutatea volumului de fluid dislocuit de către corp*. Această forță se numește forță arhimedică sau forța lui Arhimede.



# CAUZA

- Forța arhimedică este cauzată de variația presiunii hidrostatice cu adâncimea de scufundare.
- Asupra suprafeței unui corp scufundat într-un fluid acționează presiunea hidrostatică a fluidului. Presiunea hidrostatică fiind egală în punctele situate la aceeași adâncime, forța rezultată din presiunea exercitată pe fețele laterale este nulă. În schimb, deoarece presiunea hidrostatică la nivelul părții inferioare a corpului scufundat este mai mare decât cea la nivelul părții superioare, forța exercitată în sus pe fața inferioară este mai mare decât forța exercitată în jos asupra feței superioare, diferența celor două forțe fiind forța arhimedică.



# DEMONSTRAȚIE

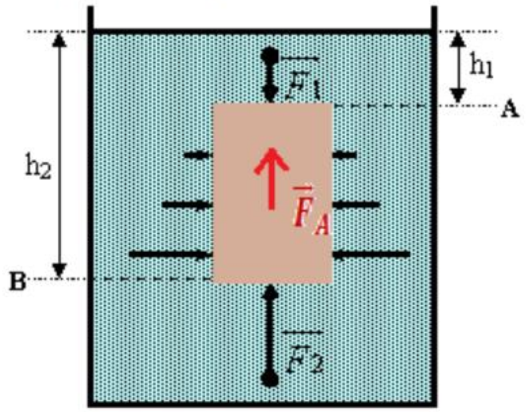
Se pot distinge trei cazuri de fluide diferite, cel al lichidelor, cel al gazelor și cel al plasmei. În general este mai ușor de studiat cazul în care fluidul este un lichid pentru că lichidele au volum propriu și, ca atare, densitatea lichidelor variază relativ puțin o dată cu schimbarea presiunii. Fie deci un paralelipiped de dimensiuni L, l, h cufundat complet în lichid (și având baza orizontală). Presiunea într-un lichid este

$p = p_0 + \rho \ g \ z$

$F = S \ \rho \ g \ (z + h) - S \ \rho \ g \ z$

$F = S \ \rho \ g \ h = \rho V g$

$S = L \ l$ fiind suprafața bazei (volumul corpului este suprafața bazei înmulțită cu înălțimea).




$F_A = F_2 - F_1$

$F_1 = p_1 \cdot S$

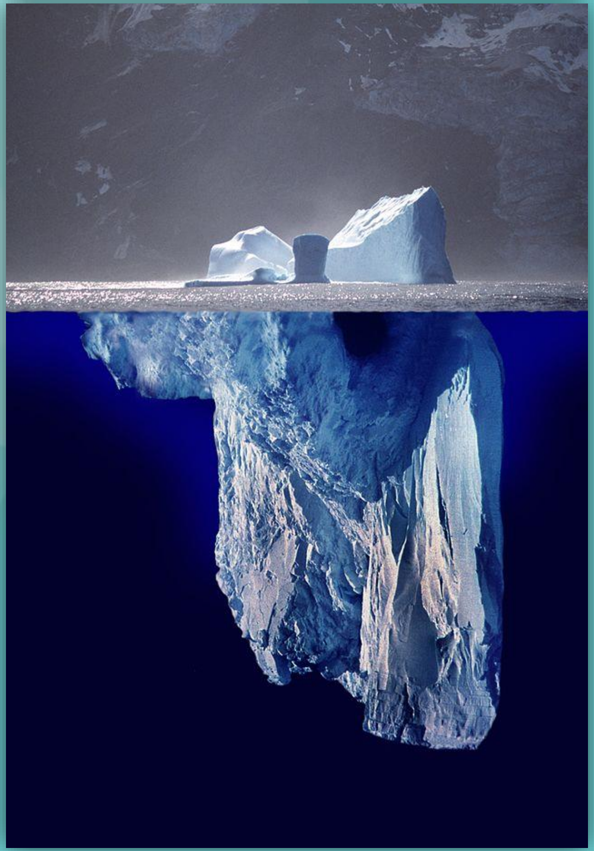
$F_2 = p_2 \cdot S$

$F_A = (p_2 - p_1) \cdot S = \rho_l \cdot g \cdot \Delta h \cdot S$

$= \rho_l \cdot g \cdot V_{corp} = m_{l\ dezlocuit} \cdot g = G_{l\ dezlocuit}$

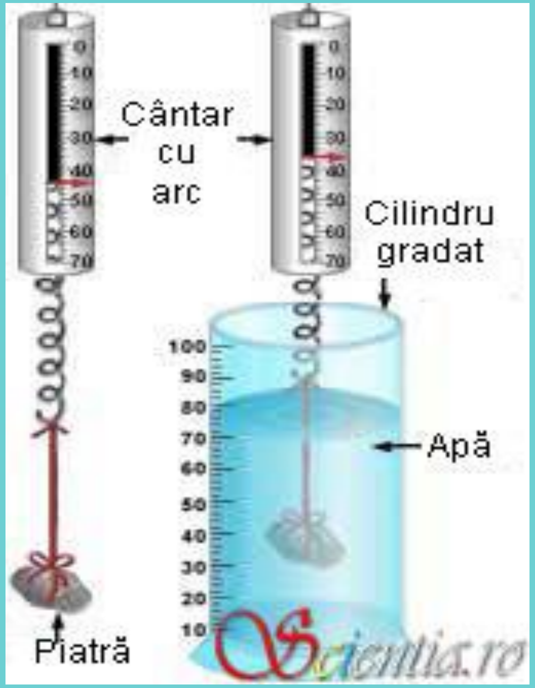
# APLICAȚII ÎN VIAȚA REALĂ

Forța  arhimedică permite plutirea vapoarelor și a baloanelor.
Dacă forța arhimedică nu este suficientă pentru a genera plutire, ea provoacă micșorarea greutății aparente a corpului.
Tot legea lui Arhimede este implicată în măsurarea densității fluidelor cu ajutorul areometrului.

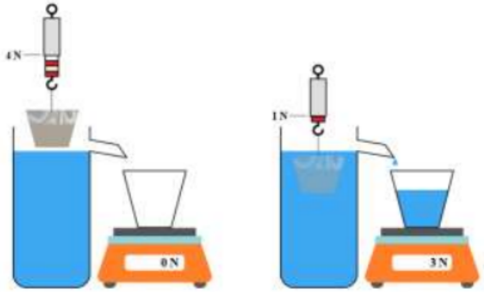
# VERIFICAREA PE CALE EXPERIMENTALĂ
# LEGEA LUI ARHIMEDE

Legea poate fi verificată în mod practic extrem de simplu, cu ajutorul unui cântar cu arc, a unui recipient cilindric umplut pe jumătate cu apă şi a unei pietre, astfel: se măsoară iniţial greutatea pietrei şi se notează nivelul apei în cilindrul gradat. Ulterior, piatra atârnată de acul cântarului este introdusă în apă. Indicaţia instrumentului de măsurat se modifică, asemenea nivelului apei din recipient. Un calcul simplu, care are la bază valoarea cunoscută a densităţii apei, egală cu 1 gram/$cm^3$, ne arată că volumul de lichid dezlocuit de piatră cântăreşte exact cât diferenţa dintre valorile indicate la început, respectiv la final, de către cântar.



# EXPERIMENT

*Experiment*

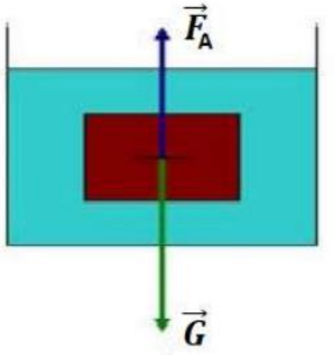



-Greutatea corpului în aer ***G=4N***
-Greutate corpului în apă **$G_a$=1N**
-Greutate volumului de apă dezlocuit de corp este $G_{apă\ dezlocuită} = 3N$

***Concluzie:*** Ga<G ⇒în apă, corpul este împins în sus cu o forță egală cu **G – $G_a$ = 3N,** care este tocmai greutatea lichidului dezlocuit de corp

***Un corp scufundat într-un lichid în repaus este împins de jos în sus cu o forță verticală numeric egală cu greutatea volumului de lichid dezlocuit de acel corp***

*Această forță se numește **forță arhimedică ($\vec{F}_A$)***




$\vec{G}$ - greutatea corpului
$\vec{F}_A$ - forța arhimedică

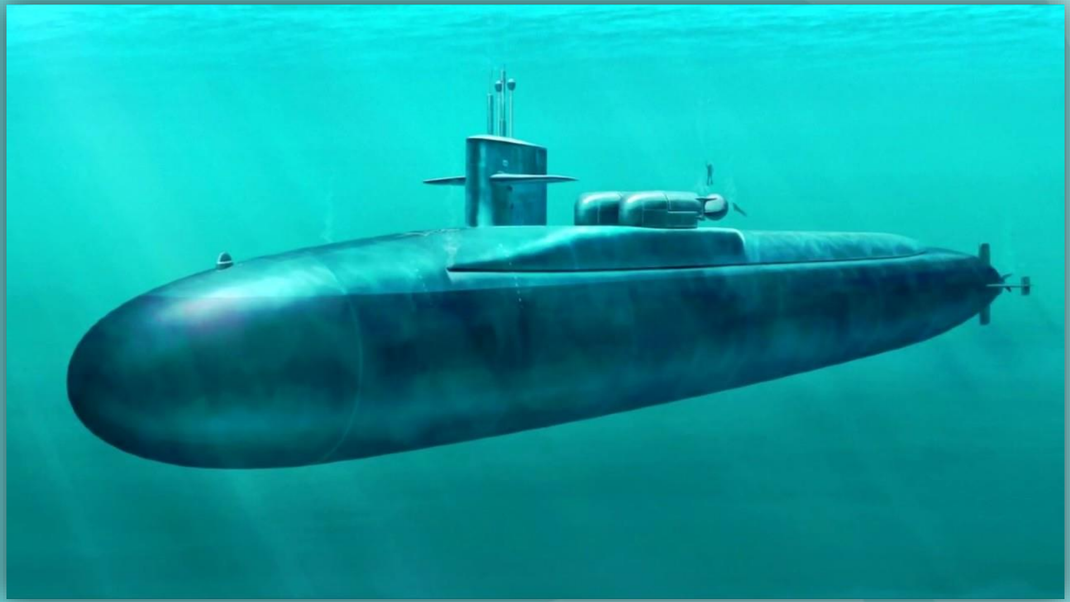
$$F_A = G_{l\ dezloc} = m_{l\ dezloc} \cdot g = \rho_l \cdot V_{dezloc} \cdot g$$

# AEROSTATELE
# BALOANELE CU AER CALD

Sunt primele aerostate construite. Aerul cu care se umflă anvelopa era încălzit prin arderea paielor umede. Astăzi ele utilizează flacăra obținută prin arderea propanului. Ele sunt folosite pentru pasionații care participă la diferite competiții.

# CORPURI CUFUNDATE ÎN LICHID

Submarinul este o nava care poate pluti la suprafata apei, dar se poate si scunfuda la diferite adancimi. El are intre peretii sai dubli, rezervoare(numite balast-apa) care se pot umple cu apa din mare; cand se umplu cu apa, greutatea submarinului creste si el se scufunda. Pentru a reveni la suprafata, apa din rezervoare este evacuata (cu ajutorul aerului comprimat).



Corpul rămâne în interiorul lichidului dacă forța arhimedică este egală cu greutatea.

Fa+G=0

Fa=G

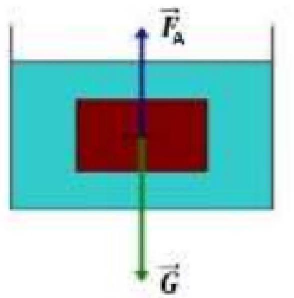
Aplicații: submarinul, batiscaful, dirijabilele.

# CORPURI CUFUNDATE ÎN GAZ

**Dirijabilul** este un aerostat cilindric de secțiune circulară sau ovală, cu extremitățile alungite, umplut cu gaz ușor sau cu aer cald, dispunând de orgahidrogen sau heliune de propulsie și comandă care îi asigură deplasarea în orice direcție, la diferite altitudini, fără a fi la discreția curenților atmosferici cum este cazul baloanelor libere.

# Problemă rezolvată
# Legea lui Arhimede

**1.** Un corp cu masa **m=1Kg** și densitatea **ρ=2600kg/m³** este scufundat într-un lichid cu densitatea $\boldsymbol{\rho_l}$**=1300kg/m³**. Aflați forța arhimedică și greutatea aparentă.

| | |
|---|---|
| corp<br>m=1Kg<br>ρ=2600kg/$m^3$<br>lichid<br>$\rho_l$=1300kg/$m^3$ | <br><br>$F_A = \rho_l \cdot V_{dezloc} \cdot g$<br>Corpul fiind complet scufundat, $V_{dezloc}$ este volumul corpului V<br>$V_{dezloc} = V = \frac{m}{\rho}$<br>$F_A = \rho_l \cdot \frac{m}{\rho} \cdot g$<br>$F_A = 1300\text{kg}/m^3 \cdot \frac{1kg}{2600kg/m^3} \cdot$10N/kg=5N<br>$G_a = G - F_A$<br>**G=m·g=1Kg·10N/kg=10N**<br>$G_a = 10N - 5N = 5N$ |
| $F_A$=?<br>$G_a$=?<br>g=10N/Kg | |

# Dinamica fluidelor

# Cuprins

1. Definiţie
2. Ecuaţia lui Bernoulli
3. Pierderi hidraulice
4. Presiunea într-un punct de impact
5. Presiunea într-o conductă
6. Aplicaţii din viaţa de zi cu zi

# Definiție

- Dinamica studiază legătura dintre forţele exterioare şi mişcarea fluidului provocată de acestea.

- Orice fluid real este mai mult sau mai puţin vâscos. Cu toate acestea, soluţia unui mare număr de probleme, referitoare la mişcarea unor fluide mai puţin vâscoase (apa, aerul) se studiază în ipoteza fluidelor ideale.

# Ecuaţia lui Bernoulli

- Ecuaţia lui Bernoulli are o larga aplicativitate în hidrodinamică, unde, în majoritatea problemelor, mişcarea poate fi asimilată cu mişcarea firului sau a vânelor fluide.

# Pierderi hidraulice

- În cazul fluidelor reale, ecuaţia lui Bernoulli nu se poate aplica riguros, nici chiar în lungul unei linii de curent, deoarece energia specifică totală nu se mai conservă.
- Datorită frecărilor cu pereţii solizi şi frecărilor interioare, o parte din energie se transformă ireversibil în caldură, devenind pentru firul de fluid o energie pierdută care, raportată la greutate, poartă numele de pierdere hidraulică (pierdere de sarcină). Energia totală scade în lungul curentului.

# Presiunea într-un punct de impact

- Fie un obstacol imobil într-un fluid aflat în mişcare permanentă. Liniile de curent ocolesc obstacolul (fig. 5.6).

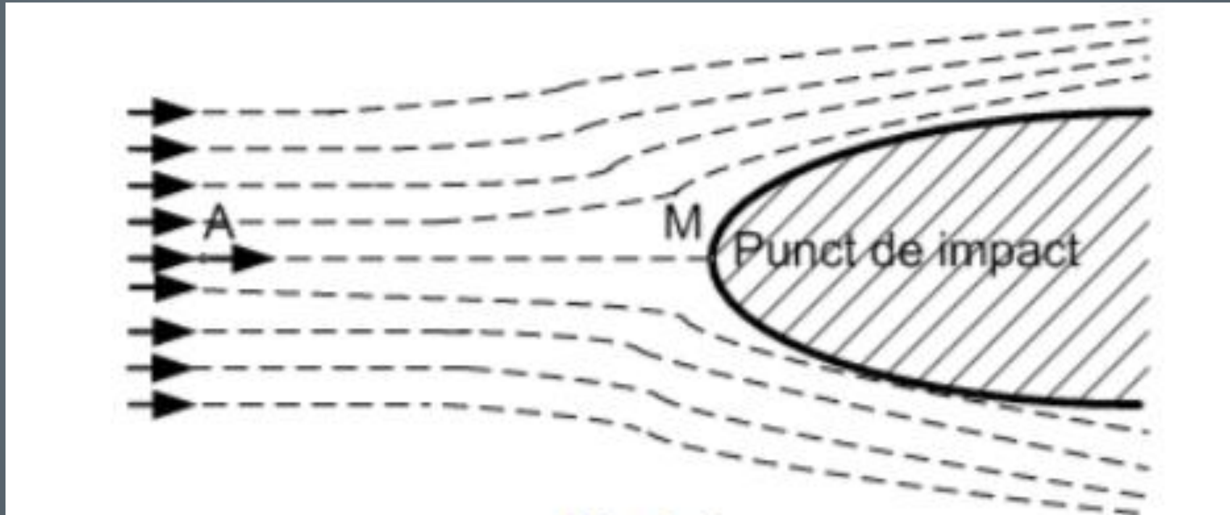
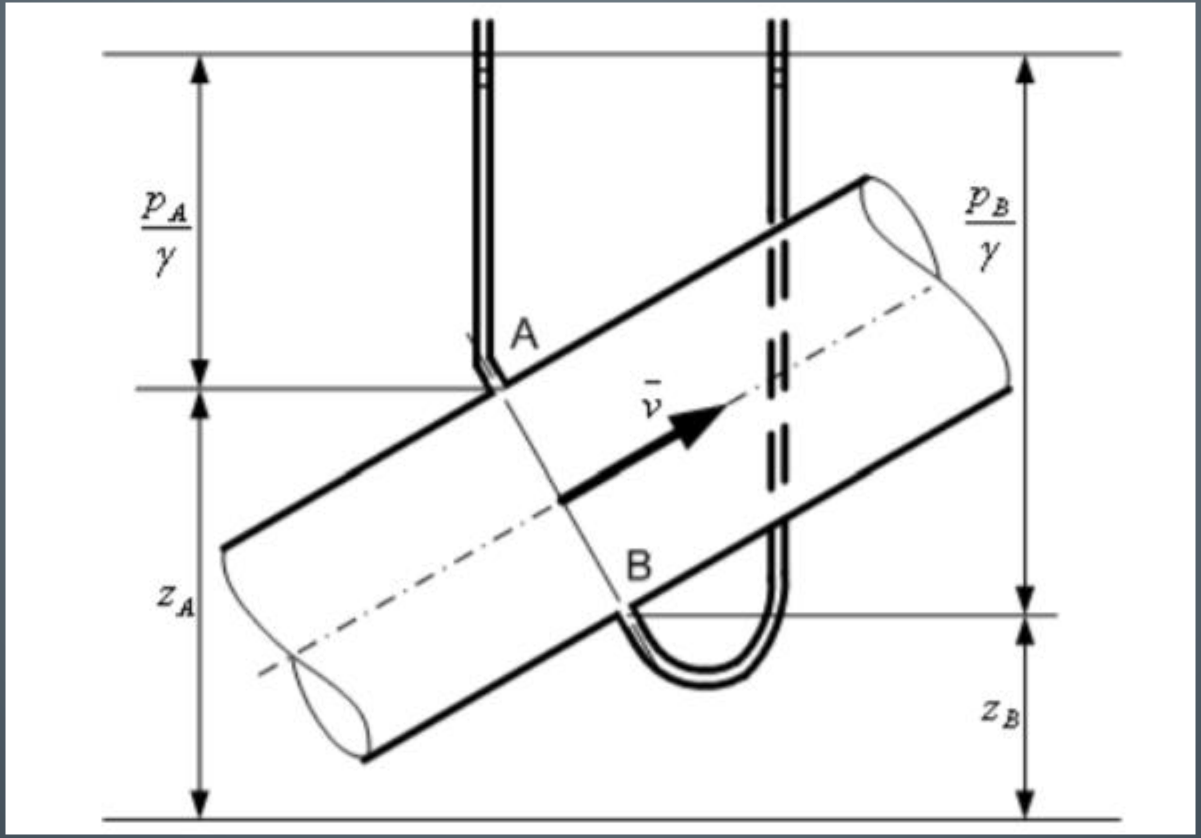



Fig. 5.6

- https://www.youtube.com/watch?v=TOZO-MX4u04&ab_channel=PetruCodreanu

# Presiunea într-o conductă

- Într-o secţiune dreaptă a unei conducte, se montează două tuburi piezometrice A şi B ca în figura de mai jos.



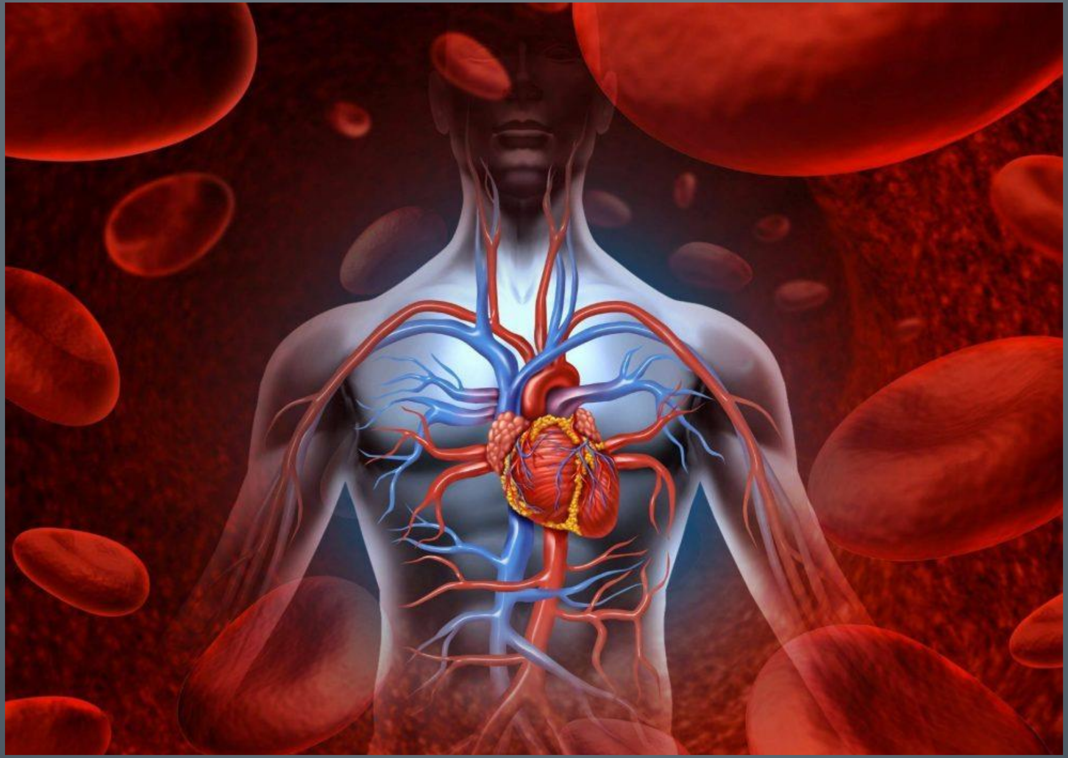
- Nivelul lichidului este acelaşi în cele două tuburi piezometrice deoarece aceiaşi lege de distribuţie a presiunilor este valabilă atât în interiorul tubului de măsură cât şi în secţiunea dreaptă a conductei:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$

# Aplicații din viața de zi cu zi

- Un aspect important al dinamicii fluidelor este aerodinamica. Avioanele utilizează teorema Bernoulli pentru a crea o diferență de presiune între partea superioară și cea inferioară a aripilor. Acest lucru face ca zborul sa fie posibil. Hidrodinamica joacă, de asemenea, un rol important în viața de zi cu zi.

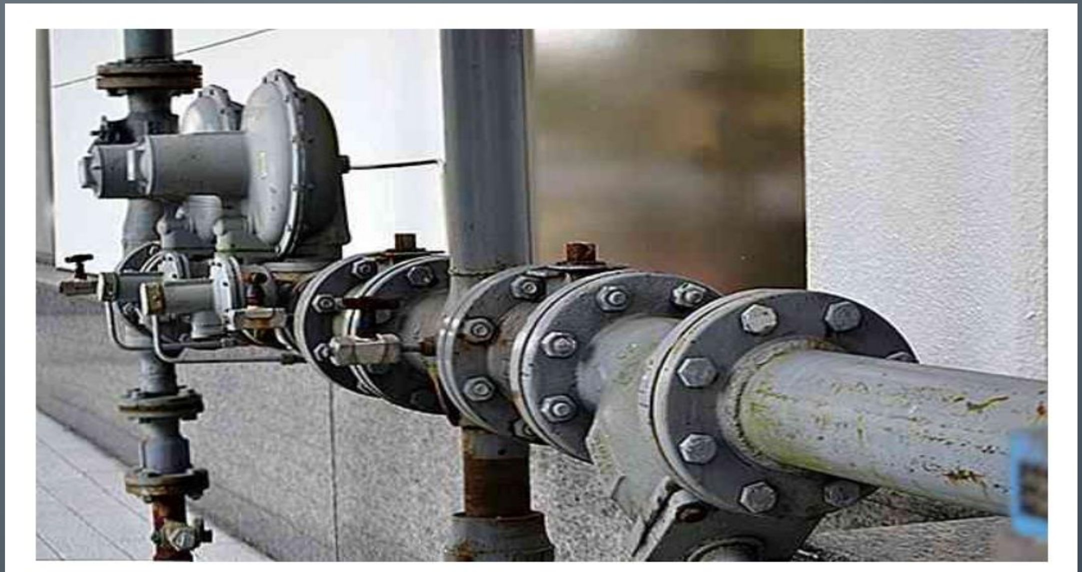
- Fluidele în mișcare se găsesc în corpul uman, cum ar fi în sângele care circulă în vene sau în aer care curge prin plămâni



# Exercițiu determinat

- O conductă prin care circulă o densitate de lichid este de 1,30 · $10^3$ Kg / $m^3$ rulează pe orizontală cu o înălțime inițială $z_0$= 0 m. Pentru a depăși un obstacol, țeava se ridică la o înălțime de$_1$= 1,00 m. Secțiunea transversală a țevii rămâne constantă.
- Cunoscut presiunea în nivelul inferior ($P_0$ = 1,50 atm), determină presiunea la nivelul superior.

- Problema poate fi rezolvată prin aplicarea principiului Bernoulli, deci trebuie să:
- $v_1{}^2 \cdot \rho / 2 + P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = v_0{}^2 \cdot \rho / 2 + P_0 + \rho \cdot g \cdot z_0$
- Deoarece viteza este constantă, se reduce la:
- $P_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = P_0 + \rho \cdot g \cdot z_0$
- Când înlocuiți și eliminați, primiți:$P_1 = P_0 + \rho \cdot g \cdot z_0 - \rho \cdot g \cdot z_1$
- $P_1 = 1{,}50 \cdot 1{,}01 \cdot 10^5 + 1{,}30 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 0 - 1{,}30 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 1 =$ 138 760 Pa



# ANALIZA DIMENSIONALĂ ȘI TEORIA SIMILITUDINII

# CUPRINS

# 1. Introducere

**Mecanica fluidelor** are ca obiect studiul fluidelor sub aspectul comportării lor mecanice. Mai exact, sunt studiate echilibrul (*statica*) și mișcarea (*dinamica*) fluidelor, precum și interacțiunile dintre acestea și suprafețele solide cu care sunt în contact.

Este o ramură a mecanicii mediilor continue, domeniu care modelează materia la nivel macroscopic, făcând abstracție de comportarea la nivel atomic si nuclear. Mecanica fluidelor, cu precădere dinamica fluidelor, constituie un domeniu de cercetare activ cu multe probleme nerezolvate sau rezolvate parțial. Mecanica fluidelor poate fi formulată printr-un formalism matematic avansat bazat pe teoria ecuațiilor diferențiale și algebra complexă. Modelul matematic este obținut și prin întrebuințarea calculului numeric implementabil pe diverse programe CAE de simulare. De asemenea, folosind proprietatea vizibilității deosebite a curgerii, fluidele pot fi analizate comportamental prin metoda vizualizării traiectoriilor particulelor.

# 2. Bazele teoriei similitudinii

Datorită complexităţii fenomenelor hidraulice şi a dificultăţilor matematice care apar în rezolvarea ecuaţiilor de mişcare ale fluidelor reale, se folosesc, pe scară largă, metode experimentale de cercetare. Experienţele pot fi făcute direct pe prototip, fie pe modele. De obicei nu se pot face experienţe la scară reală şi sunt necesare modele, la scară redusă. Teoria similitudinii stabileşte condiţiile care trebuie să fie respectate pentru ca fenomenul model să fie asemenea cu cel real şi din punct de vedere al condiţiilor de curgere. Teoria similtudinii face posibilă studierea în laborator a fenomenelor complexe din natură şi precizează circumstanţele în care rezultatele obţinute pot fi extinse la o întreaga clasă de fenomene asemenea.

# 3. SIMILITUDINEA GEOMETRICĂ, CINEMATICA ȘI DINAMICĂ

**Similitudinea geometrică** este cea mai simplă formă de similitudine. Intre model şi prototip există o similitudine geometrică dacă este asigurată proporționalitatea lungimilor omoloage şi egalitatea unghiurilor. Unui punct de pe model corespunde un punct de pe prototip. Acestea se numesc puncte omoloage. Punctele omolage pot determina drepte omoloage, suprafețe omoloage şi volume omoloage. Pentru fenomene variabile în timp, similitudinea geometrică nu este suficientă. Pentru definirea altor forme de similitudine este necesară introducerea noțiunii de timpi omologi. Timpii omologi sunt timpii în care se produc aceleaşi fracțiuni din fenomenul cercetat, atât pe model cât şi pe prototip

**Similitudinea cinematică** a două fenomene hidraulice este asigurată de asemănarea geometrică a liniilor de curent şi de proporționalitatea vitezelor omoloage. Doi curenți de fluid sunt asemenea din punct de vedere cinematic dacă particulele omoloage trec prin puncte omloage la timpi omologi.

**Similitudinea dinamică** a două fenomene hidraulice impune în afara condițiilor corespunzătoare similitudinii cinematice şi proporționalitatea forțelor omoloage. Rezultă că pentru doi curenti de fluid dinamic asemenea, masele omoloage de fluid sunt supuse unor sisteme de forțe omoloage proporționale, de acelaşi tip şi la fel orientate. Greu de realizat dar se va tinde spre realizarea unei similitudini dinamice parțiale.

# 4. SCĂRILE FUNDAMENTALE

Rapoartele dintre perechile de mărimi omoloage (scări) definesc rapoarte de similitudine sau coeficienți de trecere. Scările mărimilor fundamentale: lungime, masă şi timp se numesc scări fundamentale. Scările mărimilor derivate se numesc scări derivate.

$$k_l = \frac{l}{l'} \qquad k_m = \frac{m}{m'} \qquad k_t = \frac{t}{t'}, \tag{11.31}$$

unde *l* şi *l'* sunt două lungimi omoloage de pe model şi prototip, etc.

Scările derivate sunt:

- pentru viteză: $k_V = \frac{V}{V'} = \frac{l/t}{l'/t'} = \frac{l}{l'}\frac{t'}{t} = k_l k_t^{-1}$
- pentru acceleraţie: $k_a = \frac{a}{a'} = \frac{V/t}{V'/t'} = \frac{V}{V'}\frac{t'}{t} = k_l k_t^{-2}$
- pentru forţă: $k_F = \frac{F}{F'} = \frac{m.a}{m'.a'} = k_m k_l k_t^{-2}$
- pentru debit: $k_Q = k_l^3 k_t^{-1}$
- pentru presiune: $k_p = k_l^{-1} k_m k_t^{-2}$
- pentru lucru mecanic: $k_L = k_l^2 k_m k_t^{-2}$ (11.32)

# 5. PRINCIPALELE CRITERII DE SIMILITUDINE

**Principalele criterii de similitudine folosite în mecanica fluidelor și hidraulică**

| Criterii | Rapoarte de forțe | Domenii de aplicare în modelarea fizică |
|---|---|---|
| Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{ul\rho}{\mu} = \frac{ul}{\nu}$ | Forța de inerție / Forța de viscozitate | Mișcarea fluidului în jurul unui corp solid<br>Mișcarea în conducte sub presiune |
| Euler $Eu = \frac{p}{\rho u^2}$ | Forța de presiune / Forța de inerție | Determinarea rezistenței la înaintare |
| Froude $Fr = \frac{u^2}{gl}$ | Forța de inerție / Forța gravitațională | Mișcarea cu suprafață liberă |
| Froude densimetric $Fr_d = \frac{u^2}{\frac{\Delta\rho}{\rho} gl}$ | Forța de inerție / Forța masică datorată diferențelor de densitate | Mișcări libere cu diferențe de densitate |
| Mach * $Ma = \frac{u}{a} = \frac{u}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}$ | Forța de inerție / Forța masică datorată elasticității fluidului | Mișcări cu viteze mari la care își face efectul compresibilitatea |
| Weber $We = \frac{\rho u^2 l}{\sigma}$ | Forța de inerție / Forța datorată tensiunii superficiale | Mișcarea cu suprafață liberă cu adâncime foarte mică |
| Cauchy ** $Ca = \frac{\rho u^2}{E_C}$ | Forța de inerție / Forța datorată elasticității corpului solid în contact cu fluidul | Modelarea vibrațiilor corpurilor solide sub acțiunea unui fluid în mișcare |

# 6. Metoda lui Rayleigh

Conditie de utilizare: sa se cunoasca mărimile fizice determinante ce caracterizează fenomenul studiat; ecuațiile diferențiale ce descriu fenomenul şi expresiile forțelor ce intervin în fenomen pot fi necunoscute.

Metoda lui Rayleigh constă în aceea că o mărime fizică caracteristică a fenomenului considerat este proporțională cu un produs de puteri al mărimilor fizice determinante în desfăşurarea fenomenului. Exponenții se pot determina punând condiția de omogenitate dimensională a ambilor membri ai egalității obținute.

# 7. Exemplu de aplicare a metodei lui Rayleigh

**Stabilirea formei structurale a relației forței cu care un curent de fluid acționează asupra unui corp solid**

Astfel, se consideră că forța F cu care curentul de fluid acționează asupra corpului solid este funcție de următoarele mărimi fizice caracteristice fenomenului: densitatea ρ a fluidului, aria proiectată A a corpului solid pe un plan transversal mișcării, viteza u a curentului de fluid, coeficientul dinamic de viscozitate μ al fluidului și accelerația gravitațională g . Relația fizică ce exprimă forța F are următoarea formă:

$$F = f(\rho, A, u, \mu, g) .$$

Conform metodei lui Reyleigh, relația de mai sus se poate scrie sub forma:

$$F = C \cdot \rho^{a} \cdot A^{b} \cdot u^{c} \cdot \mu^{d} \cdot g^{e} .$$

Dacă se scrie această ecuație sub formă adimensională, rezultă:

$$MLT^{-2} = (ML^{-3})^{a}(L^{2})^{b}(LT^{-1})^{c}(ML^{-1}T^{-1})^{d}(LT^{-2})^{e}$$

Din condiția de omogenitate, se pot identifica exponenții care rezultă

$$a = 1 - d;\ b = 1 - \frac{1}{2}d + \frac{1}{2}e;\ c = 2 - d - 2e; \qquad (5\text{-}5)$$

de unde

$$F = C \cdot \rho^{1-d} \cdot A^{1-\frac{1}{2}d+\frac{1}{2}e} \cdot u^{2-d-2e} \cdot \mu^{d} \cdot g^{e} \qquad (5\text{-}6)$$

sau:

$$F = C\left(\frac{\mu}{\rho \cdot u \cdot \sqrt{A}}\right)^{d} \cdot \left(\frac{g \cdot \sqrt{A}}{u^2}\right)^{c} \cdot \rho \cdot A \cdot u^2 . \qquad (5\text{-}7)$$

Înlocuind $\sqrt{A} = l$ (lungime caracteristică) și observând că expresiile din paranteze sunt complexe adimensionale și anume

$$\frac{\mu}{\rho \cdot u \cdot l} = \frac{\vartheta}{ul} = \frac{1}{Re} \text{ și } \frac{gl}{u^2} = \frac{1}{Fr} \qquad (5\text{-}8)$$

expresia lui *F* devine:

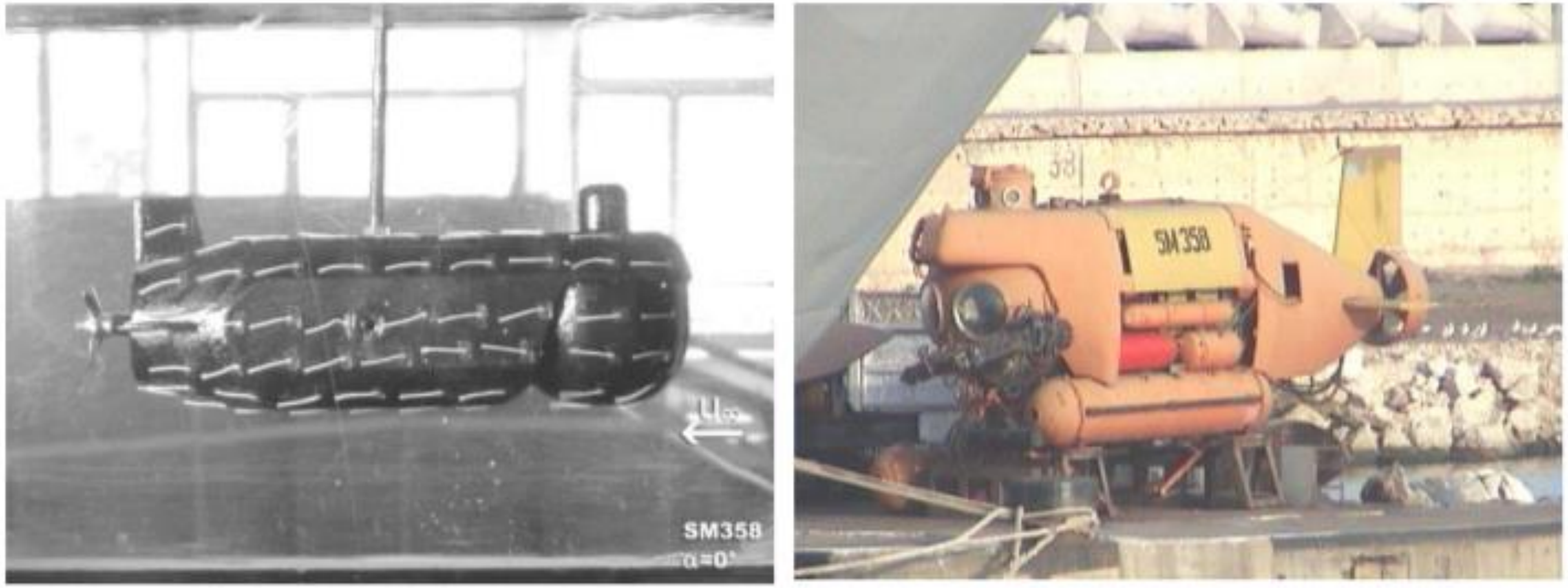
$$F = \varphi(Re, Fr) \cdot \rho \cdot A \cdot u^2 \qquad (5\text{-}9)$$

Expresia de mai sus reprezintă forma structurală a relației forței cu care un curent de fluid acționează asupra unui corp solid, ținând cont atât de influența forțelor de viscozitate cât și a forțelor de greutate. Funcția $\varphi(Re, Fr)$ reprezintă un coeficient aerodinamic / hidrodinamic global ce poate fi determinat experimental.

De asemenea, sunt puse în evidență criteriile de similitudine Re (Reynolds) și Fr (Froude) care stau la baza procesului de simulare în laborator, pe model la scară redusă (M), a fenomenului la scară naturală (N). Criteriile Re și Fr sunt incompatibile și, prin urmare trebuie ales criteriul cel mai important în desfășurarea fenomenului.

# 8. Aplicație în viața reală

Pentru modelarea deplasării unui submersibil în apă, la o adâncime la care poate fi neglijată influența suprafeței libere, se alege criteriul Re ca determinant în procesul de modelare.




a b

**Fig. 5.1. a** – Modelul unui submersibil (M) în vena experimentală a tunelului aerodinamic; **b** –Submersibilul la scară naturală (N)

# Mecanica fluidelor

## PROPRIETĂȚI ALE FLUIDELOR

- GREUTATEA SPECIFICĂ ȘI DENSITATEA
- DEFORMABILITATEA
- VISCOZITATEA
- TENSIUNEA SUPERFICIALĂ

# PROPRIETĂŢI ALE FLUIDELOR

| Forţe | | Proprietatea | Simbol | U.M. | Efect |
|---|---|---|---|---|---|
| Forte masice | | Densitate | $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\gamma}{g}$ | $\frac{kg}{m^3}$ | $\gamma = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_0 \cdot \beta \cdot (z - z_0)}$ |
| | | Greutate volumică | $\gamma = \rho \cdot g$ | | |
| Forţe de contact ( contact/ legătură/ suprafaţă) | Presiune | Compresibilitate | $\beta = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp}$ | $\frac{m^2}{N}$ | |
| | | Dilataţie | $\alpha = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dT} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dT}$ | $K^{-1}$ | T(°C)=T(K) - 273,15 |
| | | Starea fizică | $\rho \cong \rho_0 \cdot [1 + \beta \cdot (p - p_0) - \alpha \cdot (T - T_0)]$ | ; | $V \cong V_0 \cdot [1 + \beta \cdot (p - p_0) - \alpha \cdot (T - T_0)]$ |
| | Tensiune | Vâscozitate dinamică | $\mu = \frac{\tau \cdot dn}{dv}$ | $Pa \cdot \sec$ (Pascal-secunda) Poiseuille | Re<2000 regim laminar $\mathrm{Re} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot \nu}$ |
| | | Vâscozitate cinematică | $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ | $\frac{m^2}{\sec}$ | |
| | | Tensiune superficială | $\vec{\sigma} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta s} = \frac{d\vec{F}}{ds}$ | $\frac{N}{m}$ | $p_1 - p_2 = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ ; $h_c = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \alpha}{R \cdot \gamma_a}$ |

# Marimi fizice si unităti de masură fundamentale în **Sistemul International** de unităti (**SI**)

| Nr. crt. | Marime fizică | Simbolul mărimii | Simbolul dimensiunii | Unitatea de masură | Simbolul unitații de masură |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Lungime | $l$ | L | metrul | m |
| 2 | Masa | $m$ | M | kilogramul | kg |
| 3 | Timp | $t$ | T | secunda | s |
| 4 | Temperatura | $T$ | θ | kelvinul | K |

# GREUTATEA SPECIFICĂ, DENSITATEA

$\vec{\gamma}$ $\rho$

**Pentru fluidele neomogene, greutatea specifică se defineşte ca o caracteristică punctuală, printr-o operaţie de trecere la limită:**

$$\gamma = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\Delta G}{\Delta V},$$

**în care ∆G este greutatea unei particule şi ∆V volumul ei. Valoarea greutăţii specifice variază cu presiunea şi temperatura.**

**GREUTATEA SPECIFICĂ**
este proprietatea de care depinde
**DINAMICA FLUIDELOR**
în
**CÂMPUL GRAVITAȚIONAL**

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{G}}{V} = \frac{m \cdot \vec{g}}{V} = \frac{\rho \cdot V \cdot \vec{g}}{V} = \rho \cdot \vec{g}$$

# GREUTATEA SPECIFICĂ ȘI DENSITATEA $\vec{\gamma}$ $\rho$

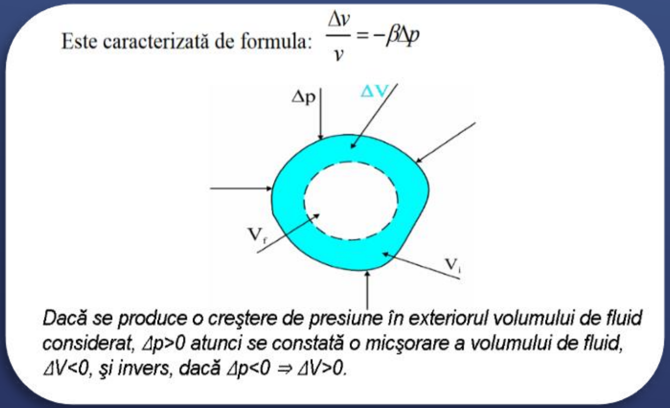
**GREUTATEA SPECIFICĂ**
este proprietatea de care depinde
**DINAMICA FLUIDELOR**
în
**CÂMPUL GRAVITAȚIONAL**

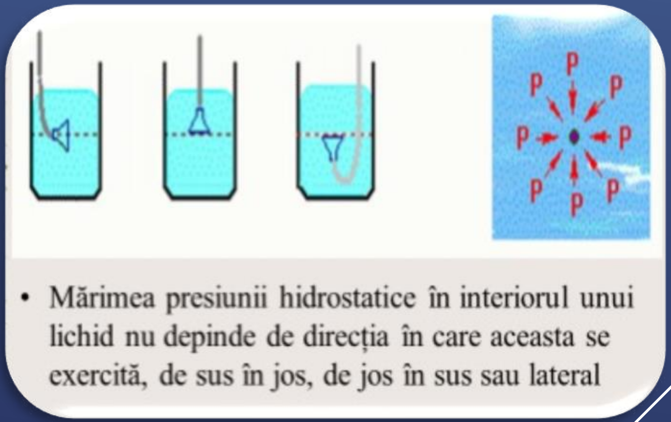
$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{G}}{V} = \frac{m \cdot \vec{g}}{V} = \frac{\rho \cdot V \cdot \vec{g}}{V} = \rho \cdot \vec{g}$$

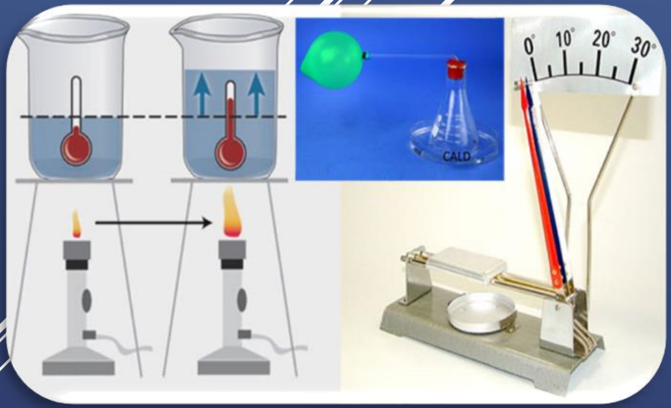
Greutatea specifică este definită ca fiind densitatea înmulțită cu accelerația gravitațională

# DEFORMABILITATEA $\beta$ $\alpha$

| COMPRESIBILITATEA<br>(produsă de PRESIUNE)<br>INVERS PROPORȚIONAL | PRESIUNEA<br>Este normală pe suprafața care limitează volumul lichidului | DILATAȚIA<br>(produsă de TEMPERATURĂ)<br>DIRECT PROPORȚIONAL |
|---|---|---|

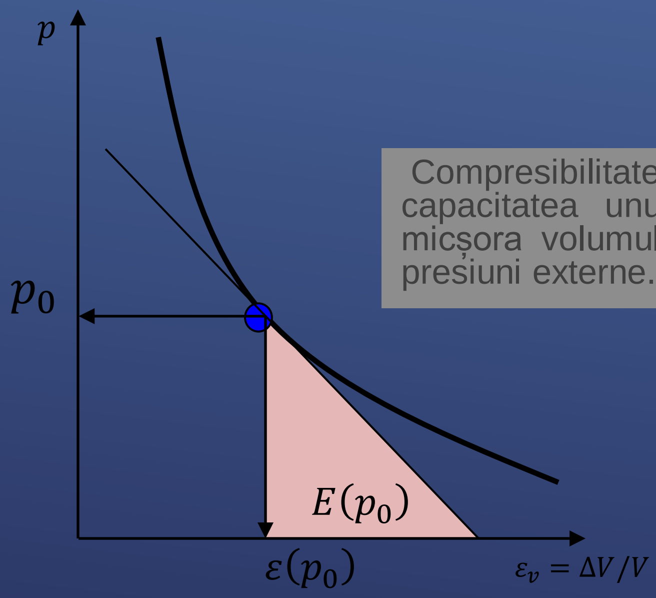


# COMPRESIBILITATEA $\beta$

**COMPRESIBILITATEA**




*Relaţia constitutivă a fluidului*

Compresibilitatea este o mărime exprimând capacitatea unui solid sau fluid de a-și micșora volumul relativ sub acțiunea unei presiuni externe.

$$\beta = -\frac{1}{V}\cdot\frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial V}{\partial p}$$

**Apa este de 100 de ori mai compresibilă decât oţelul**

| Lichid | β [$m^2$/kgf] |
|---|---|
| Apă la $0^oC$ | 50,20xE-10 |
| Petrol | 80,00xE-10 |
| Glicerină | 25,00xE-10 |
| Mercur | 2,91xE-10 |

# DILATAȚIA $\alpha$

**DILATATIA**
**(produsă de TEMPERATURĂ)**
**DIRECT PROPORȚIONAL**

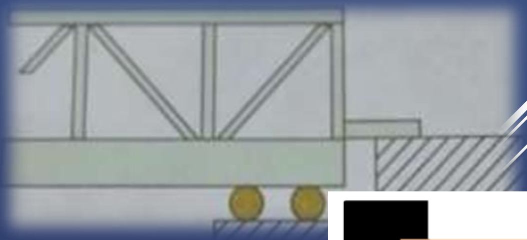
$$\alpha = \frac{1}{V}\cdot\frac{dV}{dT} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\rho}{dT}$$

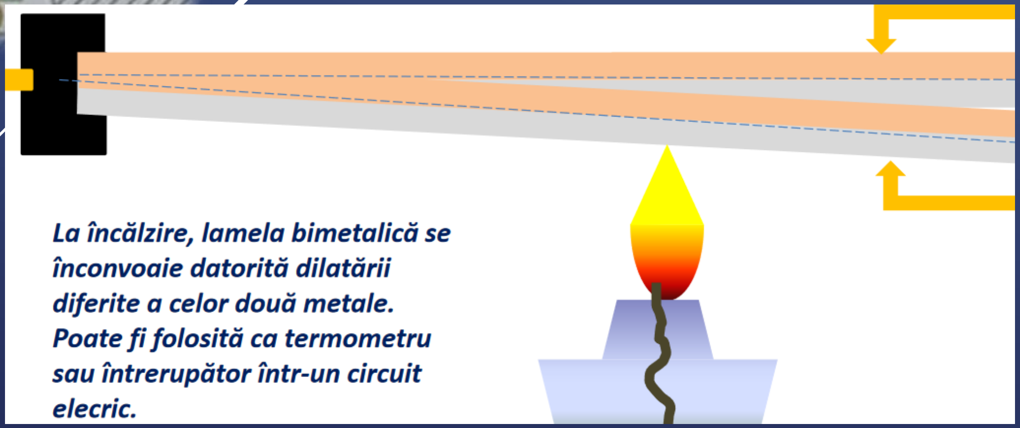
$$\alpha = \frac{1}{V_0}\cdot\frac{V_T - V_0}{T - T_0} \Rightarrow V_T = V_0\cdot[1+\alpha\cdot(T-T_0)]$$

## CONSECINȚE ȘI APLICAȚII ALE DILATĂRII

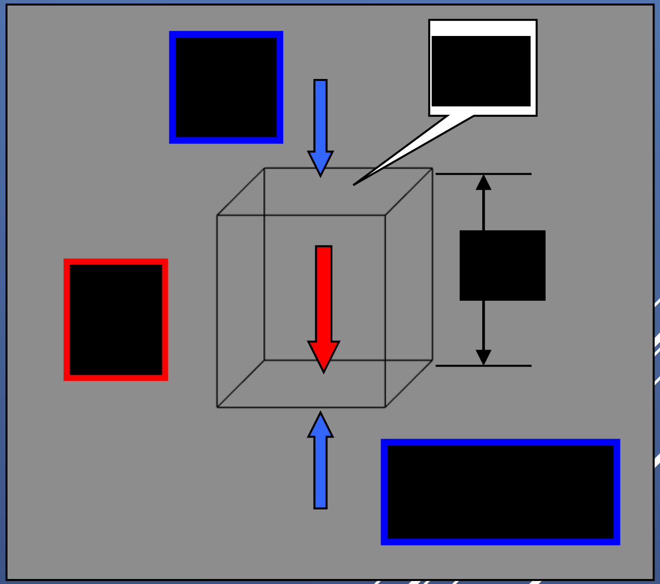
1.Termometrul cu lichid (alcool sau mercur) funcționează pe baza dilatării lichidului

2. Lamela bimetalică este alcătuită din două lame metalice din materiale diferite prinse una de cealaltă.
3. Podurile metalice au unul dintre capete fixat, iar celălalt așezat pe role care permit deplasarea capătului liber în timpul dilatării.
4. Între șinele de cale ferată se lasă un spațiu pentru dilatare.





# VARIATIA **GREUTATII SPECIFICE/VOLUMICE** CU ADANCIMEA IN CONDITII **IZOTERME**



$$\boxed{F_g = \rho \cdot g \cdot \Delta A \cdot \Delta z}$$

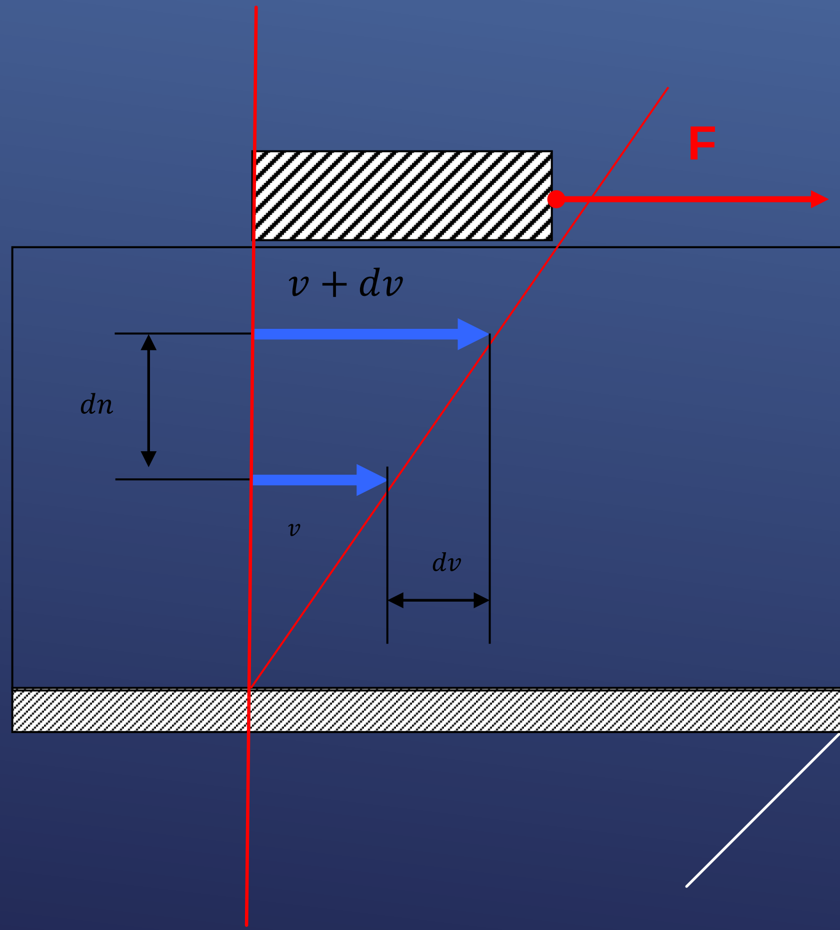
$$\Delta A \cdot p + F_g - \Delta A \cdot (p + \Delta p) = 0$$

$$dp = \rho \cdot g \cdot dz \qquad \beta = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dp} \qquad \frac{d\rho}{\rho^2} = \beta \cdot g \cdot dz$$

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho^2} = \beta \cdot g \int_{z_0}^{z} dz \rightarrow \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} = \beta \cdot g \cdot (z - z_0) : g \Leftrightarrow \frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} = \beta(z - z_0)$$

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_0 \cdot \beta \cdot (z - z_0)}$$

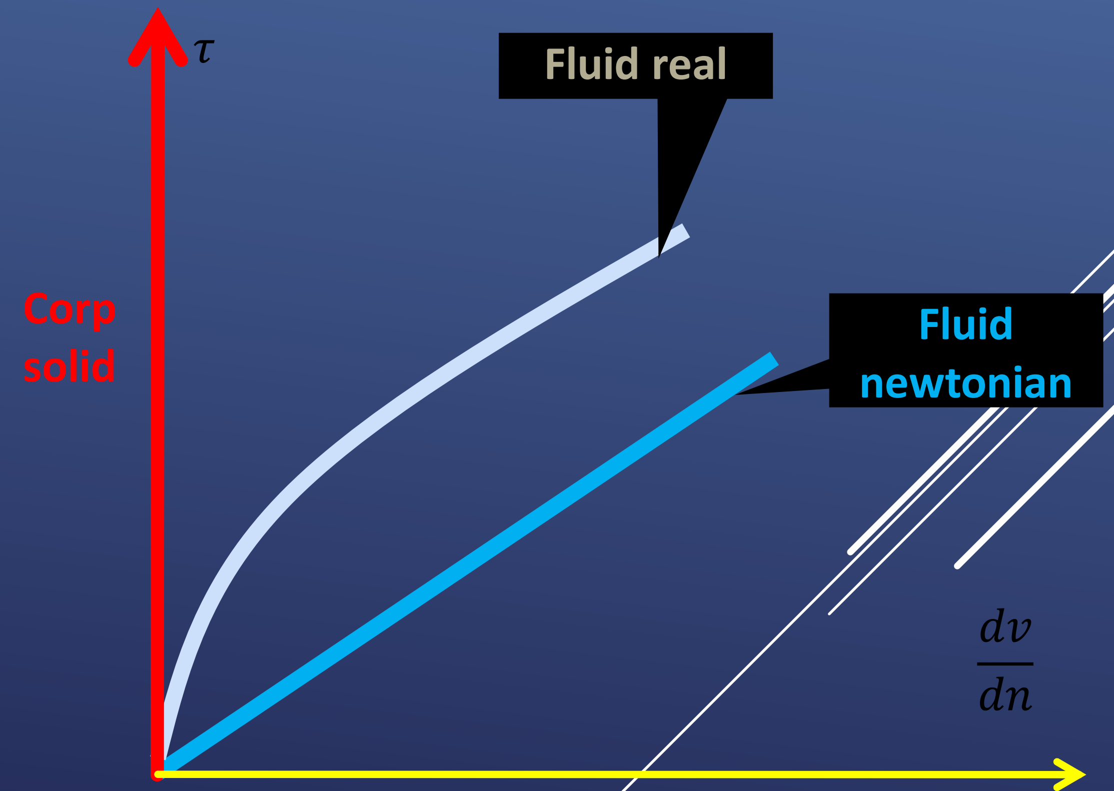
# VISCOZITATEA $\mu$




$$F = A \cdot \mu \frac{v}{n}$$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dn}$$

# VISCOZITATEA $\mu$




$$\frac{\textit{FLUID PERFECT}}{\textit{FARA VASCOZITATE}}$$

# VISCOZITATEA $\mu$

## VISCOZITATEA DINAMICĂ

$$[\mu] = \frac{[\tau] \cdot [dn]}{[dv]} = \frac{F}{L^2} \cdot L \cdot \frac{T}{L} = F \cdot T \cdot L^{-2} = \frac{M}{L \cdot T}$$

$$1 Pascal \cdot \sec = 1 Poiseuille = 1 \frac{kg}{m \cdot s}$$

## VISCOZITATEA CINEMATICĂ

Raportul dintre viscozitatea dinamică și densitatea ρ a fluidului se numește viscozitate cinematică

$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{M}{L \cdot T} \cdot \frac{L^3}{M} = L^2 \cdot T^{-1}$$

$$1 stokes = 1 cm^2/\sec$$

# VISCOZITATEA $\mu$

**Viscozimetrul Engler**

•**PRINCIPIUL**: un volum de lichid se scurge dintr-un vas printr-un ajutaj cilindric, într-un timp cu atât mai lung cu cât vâscozitatea lui este mai mare.

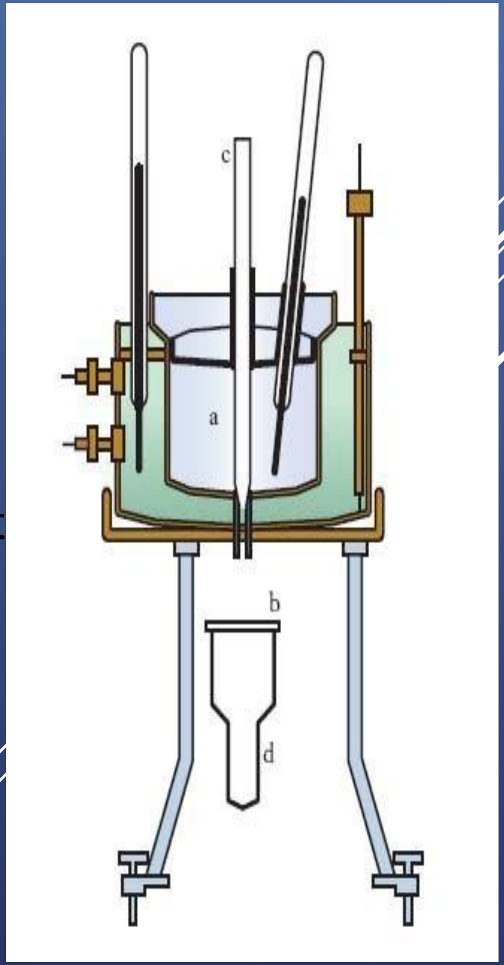
•**METODOLOGIA**:

•timpul necesar curgerii a 200 $cm^3$ de apă distilată la 20 $^oC$ este $t_0$ , iar cel necesar aceleiaşi cantităţi de lichid este $t_1$ , numărul de grade Engler al vâscozităt este:

$$E = \frac{t}{t_0}$$

1 grad ENGLER corespunde unei

$$\nu = 1 \cdot 10^{-6} \quad m^2/sec$$



# VISCOZITATEA DINAMICĂ $\mu$

## VISCOZITATEA DINAMICĂ LICHIDE

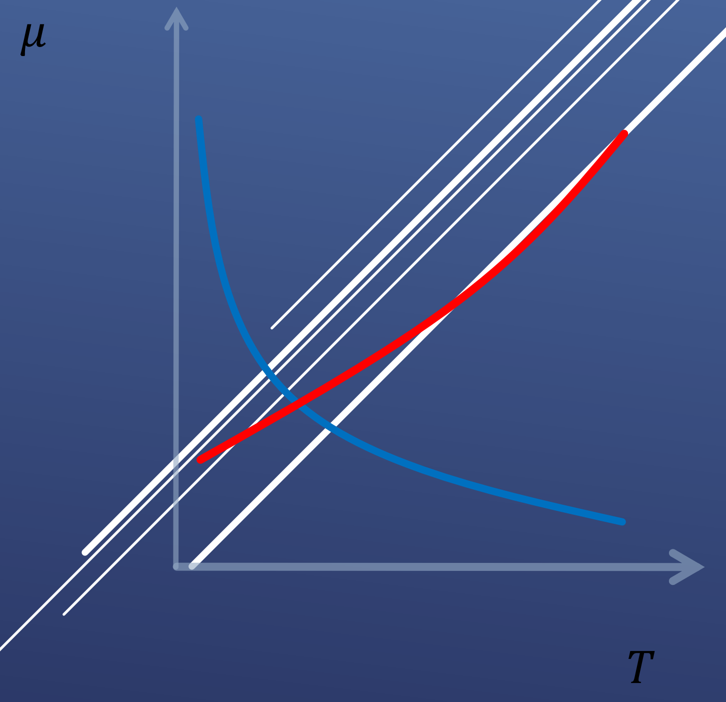
$$\mu_0 = \rho_0 \cdot \nu_0 \cdot (1 + 0{,}0337 \cdot T + 0{,}000222 \cdot T^2)^{-1}$$

## VISCOZITATEA DINAMICĂ GAZE

$$\mu = \mu_0 \cdot \sqrt{1 + 0{,}003665 \cdot T} \cdot (1 + 0{,}0008 \cdot T)^2$$

$$\mu_0 = 1{,}679 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot \sec}$$

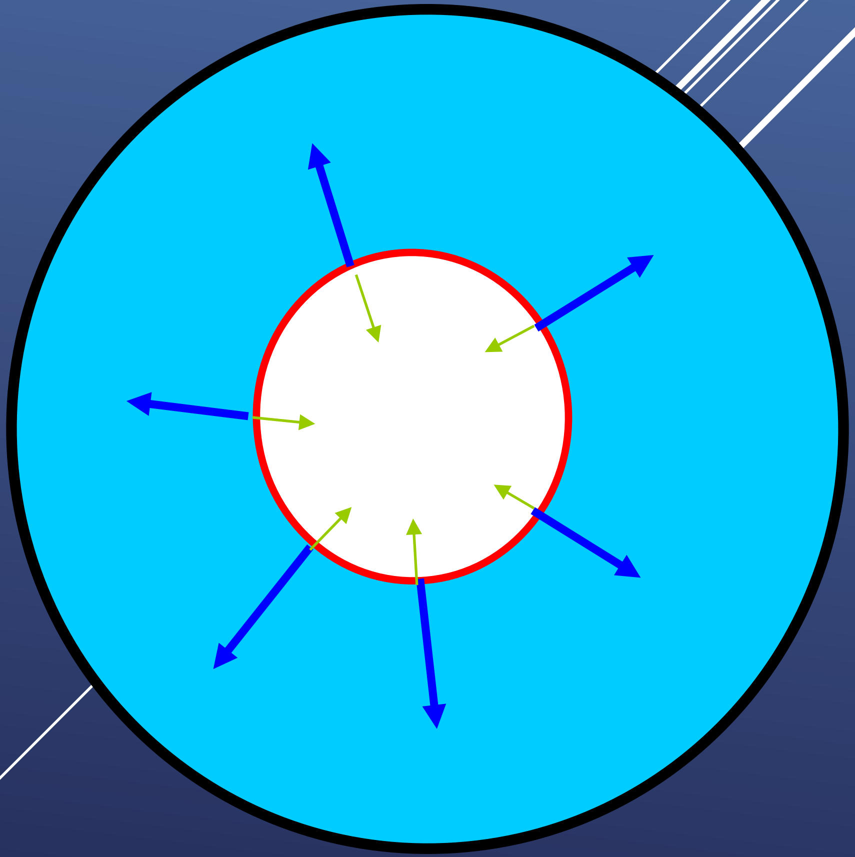
indiferent de gaz și presiune



# TENSIUNEA SUPERFICIALĂ $\vec{\sigma}$

***Forma circulară*** a unui fir înglobat într-o peliculă de lichid atunci când peliculă din interior este spartă corespunde suprafeţei minime de contact dintre lichid şi aer, efect al tensiunii superficiale.

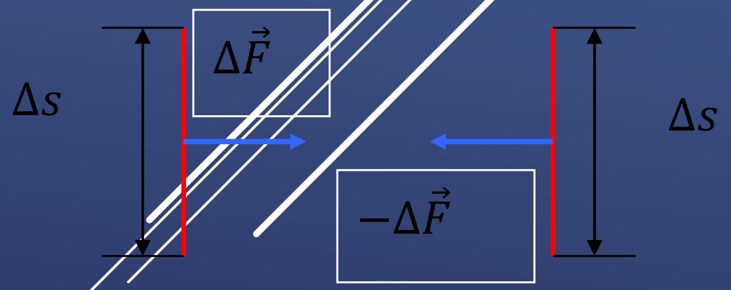
Suprafaţa liberă este modelată printr-o membrană ***perfect elastică*** si solicitată în mod uniform, efortul unitar având o intensitate constantă, independent de punct şi de direcţie



# TENSIUNEA SUPERFICIALĂ

Menţinerea în contact a două fragmente ale ***suprafeţei libere*** produse prin practicarea unei ***discontinuităţi*** de ***lungime*** $\Delta s$ necesită prezenţă a două ***forţe tangente*** la suprafaţă liberă $\Delta F$ şi ***normale*** la ***discontinuitatea*** $\Delta s$ .

$$\vec{\sigma} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta s} = \frac{d\vec{F}}{ds}$$




$$\Delta \vec{F} = \vec{\sigma} \cdot \Delta s$$

# APLICAȚII DIN VIAȚA REALĂ

1.1. Pentru presa cu şurub din figura 1.9, cunoscând pasul şurubului h=2mm, diametrul cilindrului d=1,2cm, volumul inițial de ulei la presiunea atmosferică V= 200 cm$^3$ şi coeficientul de compresibilitate izotermă $\beta = 4{,}85 \cdot 10^{-10}\ \frac{m^2}{N}$, să se determine numărul de rotații necesare a fi efectuate, la roata volant, pentru obținerea unei suprapresiuni $p_s$ =240 at.

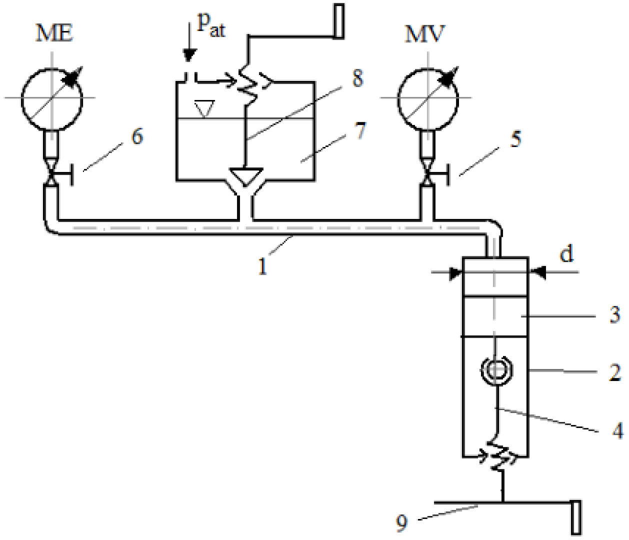



Fig. 1.9

Elementele componente ale presei cu şurub, conform figurii 1.9:

1- conductă centrală;
2- cilindru;
3- piston cu diametrul d;
4- tija filetată a pistonului;
5,6- robinete;
7- rezervor cu ulei;
8- supapă conică cu tija filetată;
9- roată volant;
M.E- manometru etalon;
M.V- manometru de verificat.

## Rezolvare

Se cunoaşte relația modulului de compresibilitate:

$$\beta = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp}$$

pentru variații finite mici, relația poate fi scrisă:

$$\beta = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta p}$$

Variația de volum ca urmare a deplasării pistonaşului presei este:

$$\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} n \cdot h$$

$n$ - numărul de rotații ale volantului presei.

Dacă exprimăm aceiaşi variație de volum din expresia modulului de compresibilitate (abstracție făcând de semn):

$$\Delta V = \beta \cdot V \cdot \Delta p$$

Se poate scrie:

$$\frac{\pi d^2}{4} n \cdot h = \beta \cdot V \cdot \Delta p \quad \text{de unde:}$$

$$\Delta p = p_s$$

$$n = \frac{4 \beta V \cdot p_s}{\pi d^2 h}$$

Înlocuind datele problemei, în sistemul internațional obținem:

$$n = \frac{4 \cdot 4{,}85 \cdot 10^{-10} \cdot 200 \cdot 10^{-6} \cdot 240 \frac{735{,}53}{750} 10^5}{\pi \cdot 1{,}2^2 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 10{,}093$$

# MISCAREA LAMINARA A FLUIDELOR REALE

# CUPRINS

01

EXPERIENTA LUI REYNOLDS

02

ECUATIA LUI BERNOULLI

01

# EXPERIENTA LUI REYNOLDS

Existenta a doua regimuri diferite de miscare

# EXPERIENTA LUI REYNOLDS

Fluidele reale au proprietatea de viscozitate, care produce frecari si pierderi de energie.

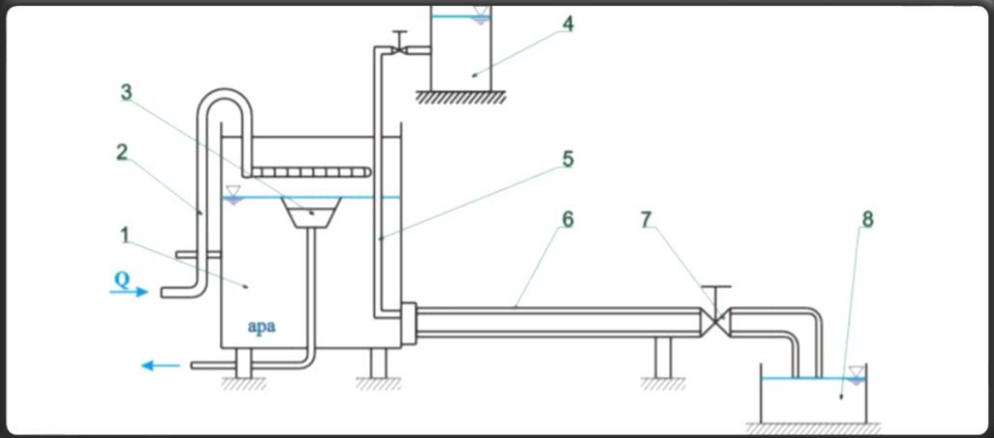
Pentru a se putea explica fenomenele care apar in miscarea fluidelor reale si pentru a rezolva corect problemele practice legate de miscare, trebuie sa se tina cont de proprietatile fizice ale fluidelor.

Curgerea fluidelor reale se poate produce in doua regimuri diferite, din punct de vedere al structurii fizice a acestora:

- regim laminar;
- regim turbulent.

Existenta acestor doua regimuri de miscare a fost pusa in evidenta de Reynolds. In cadrul acestei experiente, se vizualizeaza modul in care curge un anumit fluid si in final se clasifica curgerea fluidelor in urmatoarele regimuri de curgere: laminar, turbulent.

Instalatia cuprinde:
(1) – rezervor de nichel constant;
(2) - dispozitiv de alimentare cu orificii multiple;
(3) - dispozitiv de preaplin (evacuează surplusul de debit);
(4)- vas cu colorant;
(5)- tub injector (permite accesul coloranților în tubul de sticlă) ;
(6)- tub de sticlă pentru vizualizarea curgerii ;
(7)- robinet pentru reglarea debitului ;
(8)- mensură gradată pentru colectarea volumului de apă scursă din tubul de sticlă într-un anumit timp.

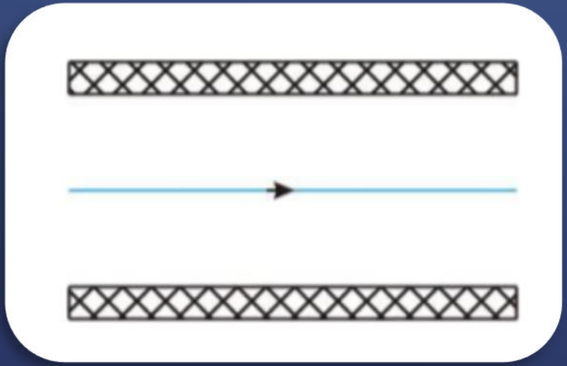


# SE PROCEDEAZA ASTFEL:

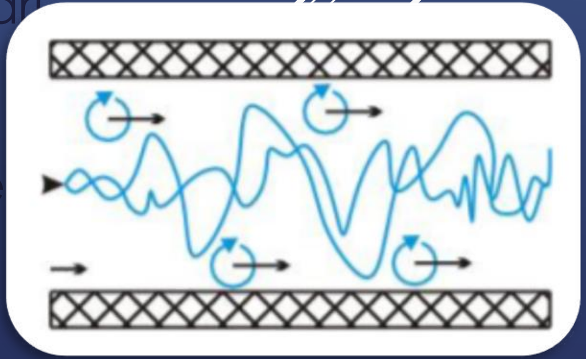
Se deschide robinetul (6) şi se introduce colorant prin acul injector. La viteze si debite mici, colorantul are aspectul din prima figura si corespunde unui **regim laminar**.

Particulele de fluid au o singura componenta de viteza.

Fluidul curge in straturi, nu exista schimburi de particule si de impuls intre straturile de fluid



La o deschidere mai pronuntata a robinetului (6) se obtin debite de curgere mari si colorantul are aspectul din figura a doua. In cadrul acestui **regim turbulent**, pulsatiile de viteza aleatorii au valori mari, schimbul de impuls este accentuat si regimul corespunde unor pierderi energetice mari.



In cazul experientei, s-a constatat ca viteza medie de curgere prin tubul de sticla, diametrul interior al tubului, precum si viscozitatea cinematica a lichidului influenteaza evolutia colorantului.

S-a dedus numarul Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot D}{\nu}$$

Pentru prima figura: Re < 2300

Pentru a doua figura: Re > 2300 -> sute de mii

In cadrul fiecarui regim de curgere se masoara volumul de apa scurs intr-un anumit timp si rezulta debitul volumic:

$$Q_{(debit)} = \frac{v}{t}$$

In urma prelucrarii acestei formule, obtinem:

$$\mathrm{Re} = \frac{4Q}{\pi D \nu}$$

ce reprezinta a doua forma a numarului Reynolds

# PROBLEME REZOLVATE

***Problema 1***

Sa se determine viteza critica de curgere laminara intr-o conducta avand diametrul d=20 mm pentru:

a) Apa la t=20°C (ν=1,01·$10^{-6}$ $m^2/s$);
b) Ulei avand densitatea masei ρ=920 kg/$m^3$ si viscozitatea dinamica η= $10^{-2}$ Pa·s.

***Rezolvare***

a) In cazul unei curgeri laminare, numarul Reynolds critic este $Re_c$ = 2300

Re = $\frac{v \cdot d}{\nu}$ , de unde rezulta $v_c$ = $\frac{Re_c \cdot \nu}{d}$ = 0,116 m/s

b) Se calculeaza viscozitatea cinematica a uleiului:

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$ = 0,087 ·$10^{-5}$ $m^2/s$

$v_c$= 1,25 m/s

***Problema 2***

Sa se dimensioneze o conducta prin care trebuie sa curga, in conditii de miscare laminara, un debit de 2,308 l/s țiței la temperatura de 15°C ($\nu$=2,84·$10^{-5}$ $m^2/s$).

***Rezolvare***

Din ecuatia de continuitate rezulta:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} \Rightarrow d = \frac{Re \cdot \nu}{v} = \frac{\pi \cdot Re \cdot \nu \cdot d^2}{4 \cdot Q}$$

De aici determinam diametrul ca fiind:

$$d = \frac{4 \cdot \mathrm{Q}}{\pi \cdot \nu \cdot Re} \Rightarrow d = 0{,}0449 \text{ m}$$

02

# ECUATIA LUI BERNOULLI

# ECUATIA LUI BERNOULLI

In dinamica fluidelor, principiul lui Bernoulli afirma ca o crestere a vitezei unui fluid are loc concomitent cu o scadere a presiunii statice sau o scadere a energiei potentiale a fluidului.

Fiecare punct dintr-un fluid care curge constant, indiferent de viteza fluidului in acel punct, are propria sa presiune statica si presiune dinamica.

# ECUATIA LUI BERNOULLI - FORMULA -

$$P + \frac{\rho}{2}V^2 + \rho g h = \text{constant}$$

| **P** | presiunea lichidului |
|---|---|
| ρ | densitatea |
| V | viteza |
| g | acceleratia gravitationala |
| h | inaltimea |

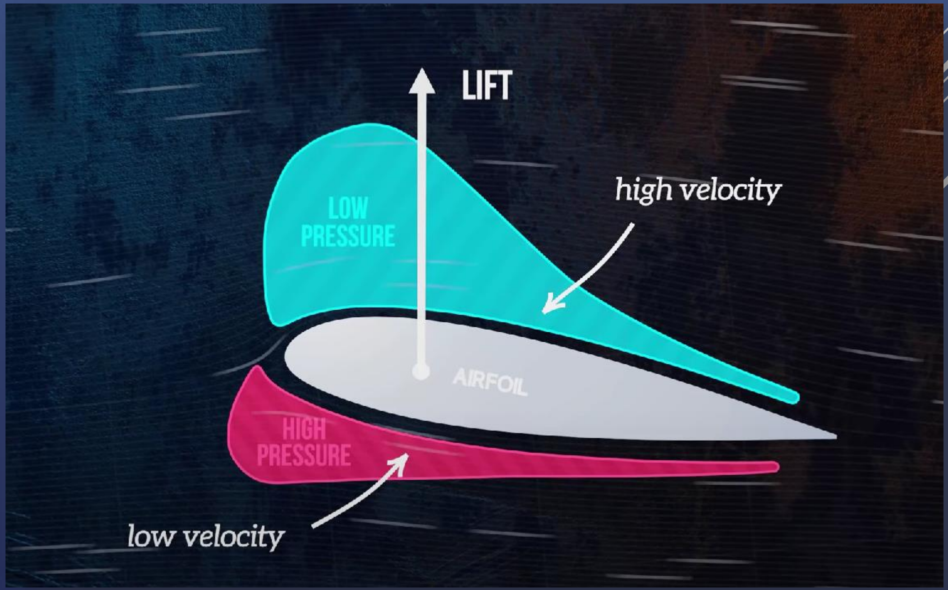
# APLICATII DIN VIATA REALA

Una dintre cele mai populare utilizari ale ecuatiei lui Bernouill se regaseste in aviatie. In cazul aviatiei, efectul Bernoulli este originea suportului aeronavelor.

Aripile sunt proiectate in scopul obtinerii unui debit mare de aer in partea superioara a aripii.

Astfel, in partea superioara a aripii viteza aerului este ridicata si, prin urmare, presiunea mai scazuta.

Aceasta diferenta de presiune produce o forta directionata vertical în sus (forta de ridicare) care permite aeronavelor sa se mentina in aer.



# DINAMICA FLUIDELOR

# *Teorema impulsului. Teorema momentului cinetic*

# *Cuprins*

# 1. INTRODUCERE

- *Mecanica fluidelor are ca obiect studiul fluidelor sub aspectul comportării lor mecanice. Mai exact, sunt studiate echilibrul (statica) și mișcarea (dinamica) fluidelor, precum și interacțiunile dintre acestea și suprafețele solide cu care sunt în contact. Este o ramură a mecanicii mediilor continue, domeniu care modelează materia la nivel macroscopic, făcând abstracție de comportarea la nivel atomic si nuclear.*
- *Mecanica fluidelor poate fi formulată printr-un formalism matematic avansat bazat pe teoria ecuațiilor diferențiale și algebra complexă. Modelul matematic este obținut și prin întrebuințarea calculului numeric implementabil pe diverse programe CAE de simulare. De asemenea, folosind proprietatea vizibilității deosebite a curgerii, fluidele pot fi analizate comportamental prin metoda vizualizării traiectoriilor particulelor.*

# 2. TEOREMA IMPULSULUI ŞI TEOREMA MOMENTULUI CINETIC

- Teoremele impulsului şi a momentului cinetic se folosesc pentru rezolvarea multor probleme din mecanica fluidelor. Acestea se obţin prin transpunerea în domeniul mediilor fluide a celor două teoreme ale impulsului, cunoscute din mecanica solidului.
- Teorema impulsului: $\frac{d}{dt}\sum m.\vec{v} = \sum \vec{F_e}$ exprimă faptul că derivata impulsului unui sistem de puncte materiale în raport cu timpul este egală cu rezultanta forţelor exterioare aplicate sistemului de puncte materiale. Produsul m.v este cunoscut sub denumirea de vector cantitate de mişcare sau impuls.
- Teorema momentului cinetic: $\frac{d}{dt}\sum\left(\vec{r}.x.m.\vec{v}\right) = \sum\left(\vec{r}.x.\vec{F_e}\right)$ exprimă faptul că derivata în raport cu timpul a momentului cinetic al unui sistem de puncte materiale este egală cu suma momentelor forţelor exterioare care acţionează asupra sistemului de puncte materiale.

# 3. TEOREMA IMPULSULUI

- Pentru a transpune această teoremă în mecanica fluidelor luăm în considerare un fir de fluid în mişcare permanentă (fig.5.8), vitezele, presiunea şi masa specifică sunt constante în timp.
- Delimitând printr-o suprafaţă de control ABCD un segment din acest fluid, masa ocupată de aceasta suprafaţă de control ocupă în două momente succesive t şi t' poziţiile ABCD şi A'B'C'D'. Variaţia impulsului d I în intervalul de timp dt se poate exprima prin diferenţa impulsului masei de fluid conţinut în suprafaţa de control la cele două momente t şi t'. Deoarece mişcarea este permanentă, impulsul masei de fluid conţinut între suprafeţele A'B' şi CD rămâne constant în timp. Variaţia impulsului este dată de diferenţa dintre impulsul masei conţinute între secţiunile CD-C'D' şi AB-A'B'.

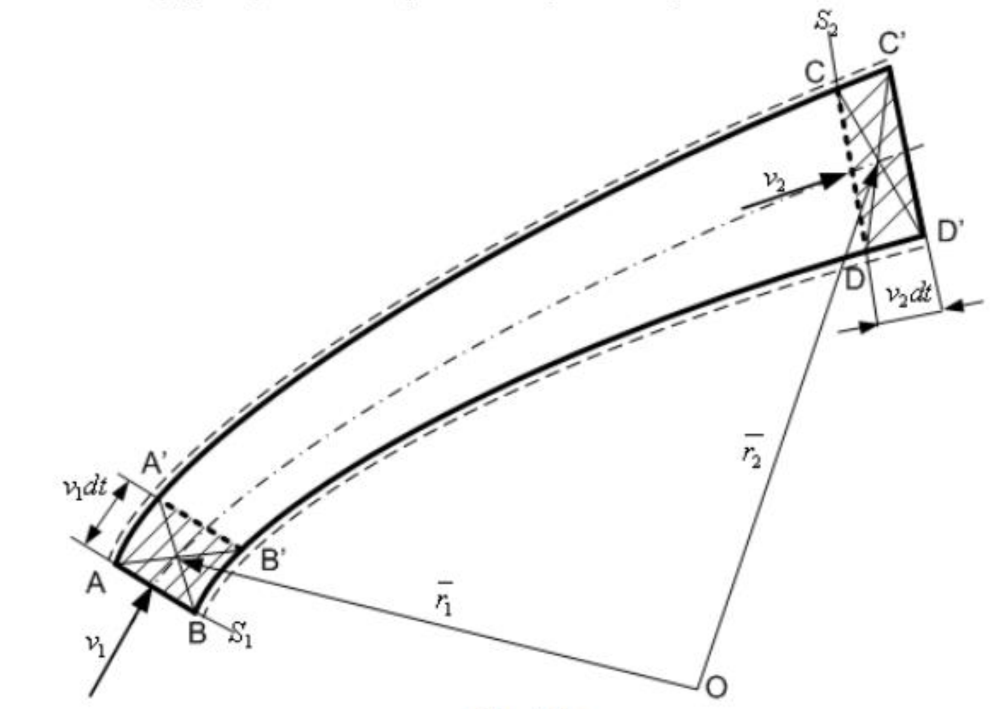


Fig. 5.8

Impulsul fiind egal cu produsul dintre masă şi viteză, se poate scrie:

$$d\vec{I} = \rho.S_2V_2dt.\vec{V_2} - \rho.S_1V_1dt.\vec{V_1}$$

sau $$\frac{d\vec{I}}{dt} = \rho S_2V_2\vec{V_2} - \rho S_1V_1\vec{V_1} = \rho.Q\left(\vec{V_2} - \vec{V_1}\right)$$

Ţinând cont de prima teoremă a impulsului vom avea, pentru mişcarea în regim permanent a fluidelor:

$$\rho.Q\left(\vec{V_2} - \vec{V_1}\right) = \sum \vec{F_e}\,.$$

Suma forţelor exterioare reprezintă ansamblul acestora aplicate la masa de fluid conţinut în suprafaţa de control ABCD şi anume:

- forţe de greutate

- forţe de presiune normale pe secţiunea curentului şi dirijate din exterior spre fluid

- forţe de presiune exercitate de pereţii care limitează curentul, normale la pereţi

# 4. TEOREMA MOMENTULUI CINETIC

- În mod similar se determină:

$$\rho.Q\left(\overrightarrow{r_2}x\overrightarrow{V_2}-\overrightarrow{r_1}x\overrightarrow{V_1}\right)=\sum\left(\vec{r}x\overrightarrow{F_e}\right)$$

# 5. APLICAŢII ALE TEOREMEI IMPULSULUI

- *Roți hidraulice*
- *O roată hidraulică utilizează energia râurilor pentru a produce direct lucru mecanic.*
- *La debite mici se exploatează în principal energia potențială a apei. În acest scop se folosesc roți pe care sunt montate cupe, iar aducțiunea apei se face în partea de sus a roții, apa umplând cupele. Greutatea apei din cupe este forța care acționează roata. În acest caz căderea corespunde diferenței de nivel între punctele în care apa este admisă în cupe, respectiv evacuată și este cu atât mai mare cu cât diametrul roții este mai mare.*
- *La debite mari se exploatează în principal energia cinetică a apei. În acest scop se folosesc roți pe care sunt montate palete, iar aducțiunea apei se face în partea de jos a roții, apa împingând paletele. Pentru a avea momente cât mai mari, raza roții trebuie să fie cât mai mare. Adesea, pentru a accelera curgerea apei în dreptul roții, înaintea ei se plasează un stăvilar deversor, care ridică nivelul apei (căderea) și transformă energia potențială a acestei căderi în energie cinetică suplimentară, viteza rezultată prin deversare adăugându-se la viteza de curgere normală a râului.*

- *Hidrocentrale*
- *O hidrocentrală utilizează amenajări ale râurilor sub formă de baraje, în scopul producerii energiei electrice. Potențialul unei exploatări hidroelectrice depinde atât de cădere, cât și de debitul de apă disponibil. Cu cât căderea și debitul disponibile sunt mai mari, cu atât se poate obține mai multă energie electrică. Energia hidraulică este captată cu turbine.*

# 6. FORŢA HIDRODINAMICĂ PE UN PERETE PLAN

- Forţele hidrodinamice sunt forţele de acţiune pe care o vână de fluid liberă o exercită asupra corpurilor cu care intră în contact.
- În fig.5.9 s-a reprezentat o vână de fluid, animată de o viteză V , care izbeşte sub un unghi α un perete plan a-b. La contactul cu peretele, vâna de fluid se împrăştie astfel încât la o mică distanţă, în jurul punctului de contact, vitezele devin paralele cu peretele. Pentru calculul forţei hidrodinamice se aplică unui segment din vâna de fluid teorema impulsului. Suprafaţa de control este delimitată de secţiunea de intrare 1-1 inainte de contact, unde firele de curent nu au fost deviate, iar secţiunea de ieşire 2-2, după contactul cu peretele

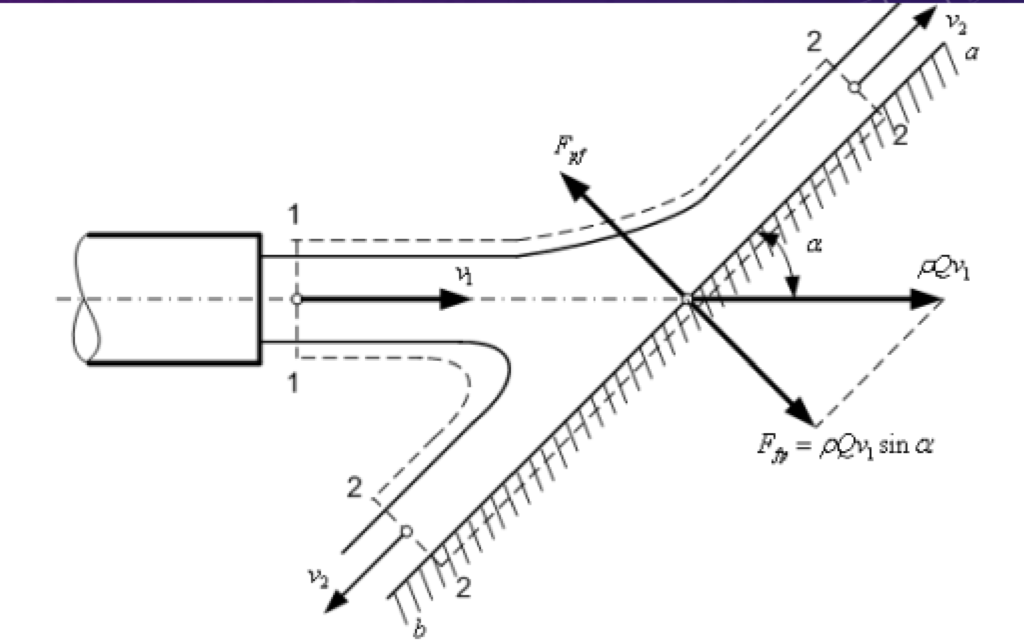


Fig. 5.9 Forţa hidrodinamică pe un perete plan înclinat

- Secţiunea de intrare este o secţiune cilindrică perpendiculară pe suprafaţa a-b. În teorema impulsului, rezultanta forţelor exterioare este reprezentată de forţa pe care peretele o exercită asupra fluidului. $\overrightarrow{F_{p-f}}$.
- Forţa de acţiune $\overrightarrow{F_{f-p}}$ a fluidului spre perete este egală şi de sens contrar cu $\overrightarrow{F_{p-f}}$.

- Proiecţia acestei forţe pe direcţia perpendiculară la perete este:

$$\overrightarrow{F_{f-p}} = -\overrightarrow{F_{p-f}} = \rho.Q\left(\vec{V_1} - \vec{V_2}\right)$$

- Când peretele este perpendicular pe direcţia mişcării, forţa hidrodinamică pe care fluidul o exercită pe perete este: $F_{f-p} = \rho.Q.V = \rho.S.V^2$

- Dacă peretele plan, izbit normal pe suprafaţa sa, se deplasează cu viteza u în direcţia vânei de fluid vom avea o rezultantă a vitezei de forma $\vec{w} = \vec{v} - \vec{u}$ şi în acest caz, forţa hidrodinamică va fi:

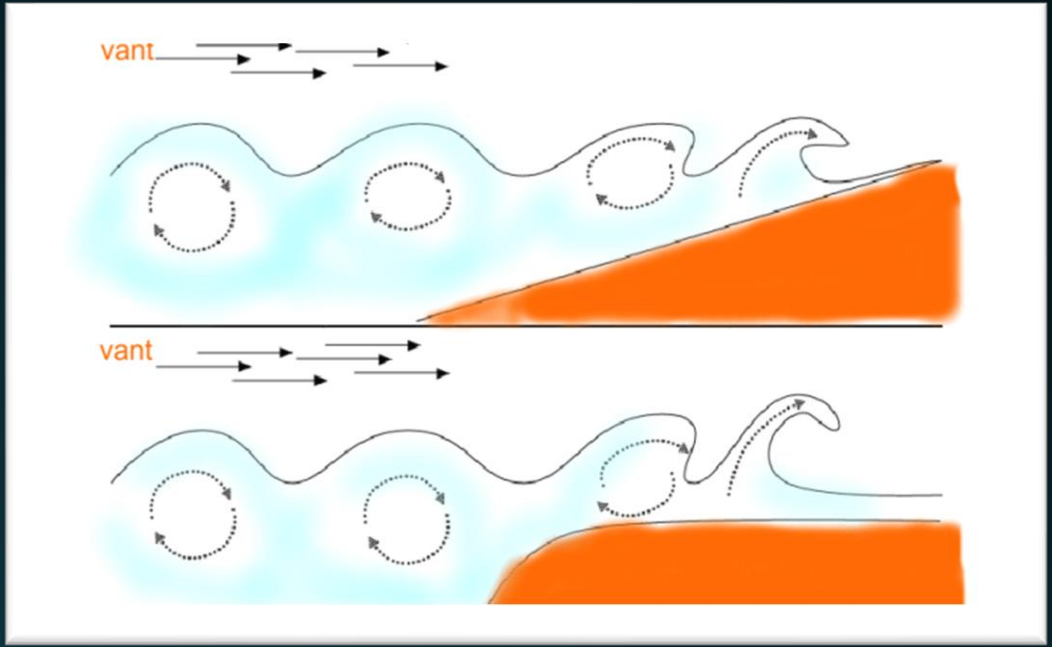
$$F_{(f-p)_x} = \rho.Q.(v-u)$$

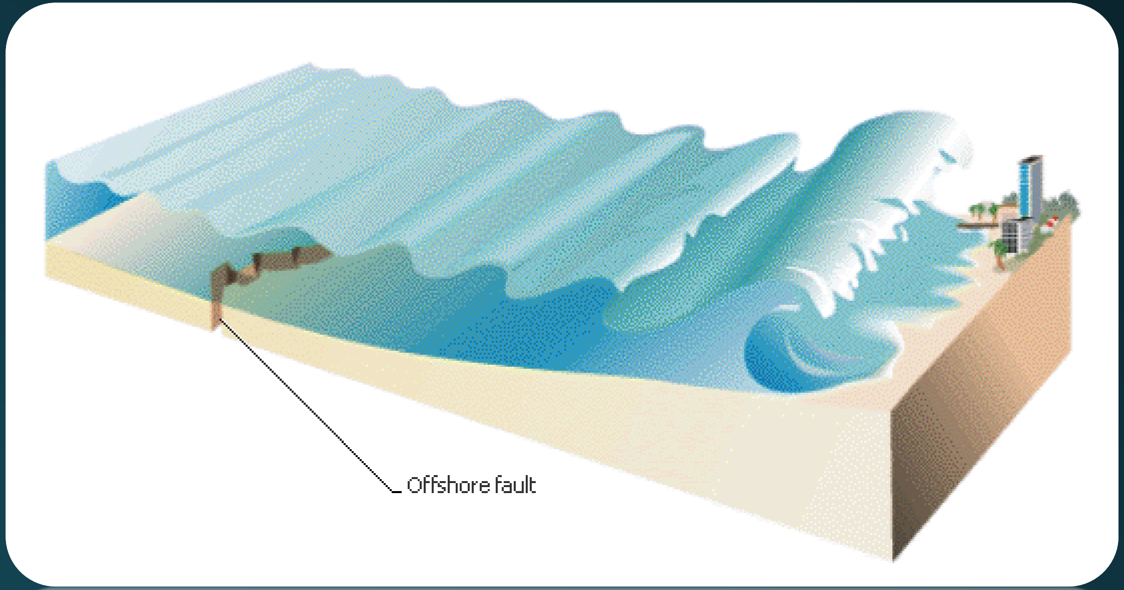
# Elemente de teoria valurilor

# Cuprins

- Ecuații de bază
- Valul plan călător de mică amplitudine
- Valul staționar
- Energia planului călător

- Valurile , mişcări cu suprafața liberă, constituie un capitol aparte al mecanicii fluidelor, dar şi obiect de studiu pentru alte discipline, cum ar fi: oceanologia, meteorologia, teoria navei s.a.
- Valurile sunt produse de vânt, de atracția Lunii, de mişcările seismice, de deplasarea unor corpuri la suprafața apei sau în imediata ei apropiere, de miscarea frontierelor atunci cand lichidele sunt conținute în spații închise.



# Ecuații de bază

In cazul valurilor de vant, producerea lor se datoreaza efectului de frecare a aerului de suprafata apei.

Hula reprezinta o categorie aparte de valuri regulate, produse dupa incetarea vantului, ca efect al inerției maselor de apa. In apropierea malurilor inaltimea valului devine mai mare decat adancimea apei producandu-se o anumita miscare caracterizata prin neregularitate, spuma, suprainaltarea crestelor.

Considerand miscarea potentiala nepermanenta, ecuatia de baza pe care o vom utiliza este ecuatia lui Lagrange:

$$U+P+\frac{v^2}{2}+\frac{\partial\varphi}{\partial t}=C(t)$$

# Valuri plane călătoare de mică amplitudine

La ipotezele prezentate anterior mai considerăm că amplitudinea valului este mult mai mică decât lungimea sa de undă. În aceasta situație ecuația lui Laplace are o soluție de forma:

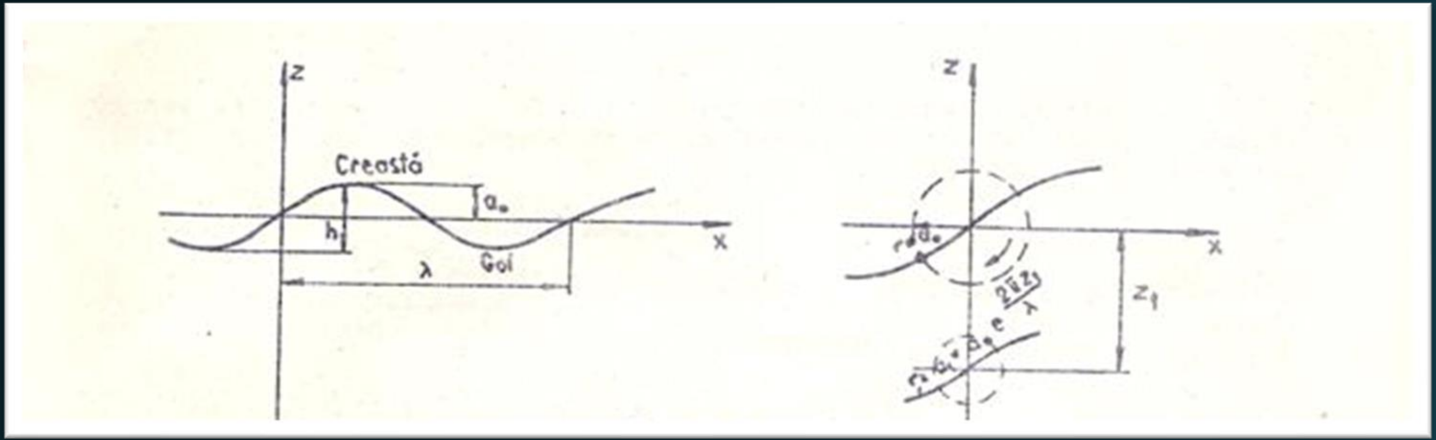
$$\varphi = f(z).\cos(kx-\omega.t)$$

Valurile sunt mișcarea înainte a apei oceanului datorită oscilației

particulelor de apă prin tragerea de frecare a vântului pe suprafața apei.

Înaltimea valului se defineste ca distanta dintre o creasta de val si un gol de val

# Caracteristicile valurilor




Se observă descreşterea exponenţială a amplitudinii cu adâncimea, unde ω reprezintă viteza unghiulară a particulei de fluid în traiectoria ei circulară.
Perioada mişcării va fi:

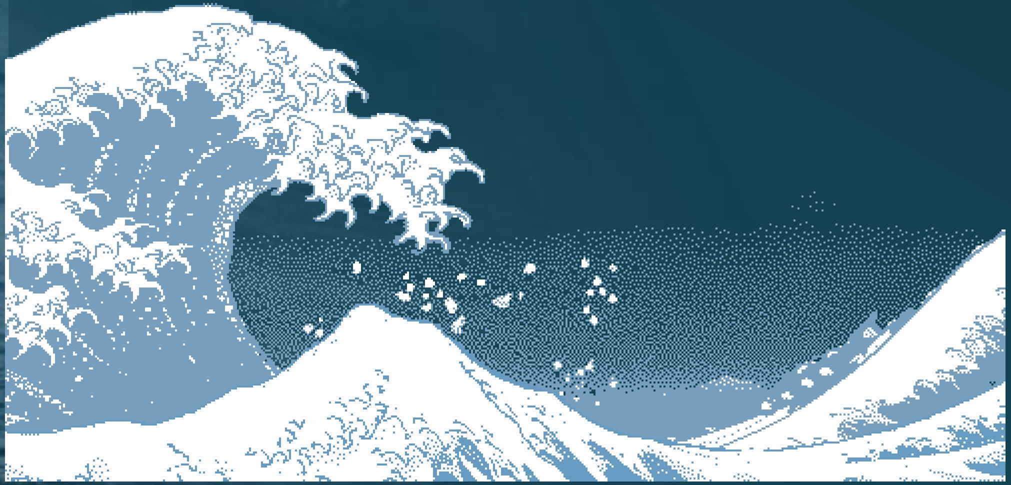
$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

Din ecuația suprafeței valului, se observă că aceasta este invariabilă în timp. De-a lungul axei x viteza de deplasare sau de propagare a undei de val este:

$c=\frac{\omega . d}{2\pi}=\frac{\omega}{k}$, unde c se numeşte viteză aparentă. De aici provine denumirea de val călător.

# Dimensiunea unui val

- Valurile au creaste (vârful valului) și jgheaburi (punctul cel mai de jos al valului). Lungimea de undă sau dimensiunea orizontală a undei este determinată de distanța orizontală dintre două creste sau două jgheaburi.



- Dimensiunea verticală a undei este determinată de distanța verticală dintre cele două. Valurile circulă în grupuri numite trenuri cu valuri.
- cutremurele subacvatice sau alte mișcări ascuțite pe fundul mării pot genera uneori valuri enorme, numite tsunami (în mod necorespunzător cunoscute sub numele de valuri de maree) care pot distruge litorale întregi.
- În cele din urmă, modelele regulate de valuri netede și rotunjite în oceanul deschis sunt numite umflături. La fel ca alte valuri, umflăturile pot varia în mărime de la valuri mici până la valuri mari, cu creștet plat.

## Valul staționar

- Este un caz particular de compunere a valurilor. Valul staționar se produce compunând doua valuri având aceleasi caracteristici, dar mergând în sensuri contrare

- Valul staționar obținut va avea suprafața de ecuație:

$$z = a \sin(kx)\ \cos(\omega.t)$$

- Practic, un astfel de val se obține atunci când un val plan călător loveşte un perete vertical, unda reflectată suprapunându-se peste unda inițială.

## Valuri plane călătoare în fluid de adâncime finită

- Dacă adâncimea fluidului este finită, avem, în plus, condiția la limită pe fund:

$\rightarrow z = -h$

$\rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$

, unde h este adâncimea fluidului. Pentru simplificare considerăm h = constant.

# Energia și mișcarea valurilor

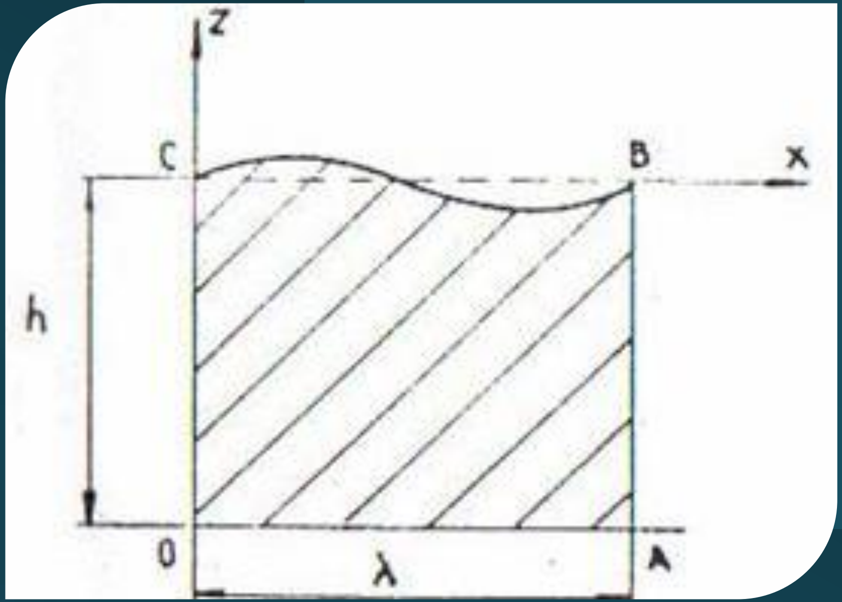
Energia valului călător

Când studiați undele, este important să rețineți că, deși se pare că apa se deplasează înainte, doar o cantitate mică de apă se mișcă de fapt. În schimb, energia valului este în mișcare și, din moment ce apa este un mediu flexibil pentru transferul de energie, se pare că apa însăși se mișcă.

În oceanul deschis, fricțiunea care mișcă undele generează energie în apă. Această energie este apoi transmisă între moleculele de apă în undele numite valuri de tranziție. Când moleculele de apă primesc energia, acestea se mișcă ușor înainte și formează un model circular.

Energia valului călător se compune din energia cinetică a mişcării particulelor de fluid şi din energia potențială datorată faptului că centrul de greutate al unei coloane de lichid variază pe verticală în timpul mişcării.

Pentru calculul energiei cinetice, se consideră un volum de lichid limitat de două plane verticale situate la o distanță λ şi de alte două plane la o distanță egală cu unitatea, perpendicular pe planul figurii



Carte in format electronic.

TECHNIUM BOOKS

ISBN 978-606-95069-7-4